المحور الثاني: الارتباط

المحاضرة السادسة: أولا: معامل الارتباط بيرسون " Pearson "

I– معامل الارتباط لبيرسون: يعد معامل بيرسون للارتباط أحد المؤشرات البارامترية لدراسة قوة واتجاه العلاقة الخطية بين متغيرين كميين x و y والذي تتراوح قيمته بين (+1 و-1).

I–1 شروط اعتماد معامل الارتباط لبيرسون: لتطبيق معامل الارتباط لبيرسون يجب توفر الشروط التالية:

1/- أن يكون المتغيران كميين.

2-/ أن يكون توزيع قيم المتغيرين اعتداليا، أو أن يكون حجم العينة أكبر من 50.

3/- أن تكون العلاقة بين المتغيرين خطية (تختبر من خلال رسم الشكل الانتشاري المشار إليه سابقا).

4/- أن تكون عينة كل متغير مسحوبة بطريقة عشوائية.

I–2 طرق تعيين معامل الارتباط لبرسون: توجد ثلاث طرق لحساب معامل بيرسون هي:

-طريقة الدرجات المعيارية.

-طريقة الانحرافات المعيارية.

-طريقة الدرجات الخام. وهذه الأخيرة هي أسهلها وأكثرها استخداما.

- وتعطى المعادلة الخاصة بمعامل الارتباط بيرسون بالعلاقة التالية:

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum \boldsymbol{x})^2][n\sum y^2 - (\sum \boldsymbol{y})^2]}}$$

حيث أن:

r: معامل الارتباط بين المتغيرين.

n: عدد أفراد العينة.

x: قيم المتغير الأول.

y: قيم المتغير الثاني.

I–3 تعيين الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط بيرسون: عندما يكون حجم العين أقل من 50 فردا ، ويستخدم الباحث معامل الارتباط لبيرسون، فإنه لتعيين درجة الارتباط بين متغيرين كميين، يحتاج إلى معرفة دلالة هذ الارتباط بتطبيق المعادلة التالية:

$$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

بعد ذلك نقارن قيمة t_t مع قيمة t_c، عند درجات حرية (n-2)، ومستوى الدلالة المحدد، فإذا كانت القيمة المحسوبة t_c أكبر من الجدولية t_c فإننا نرفض الفرض الصفري، أما إذا كانت القيمة المحسوبة أقل من الجدولية فتقبل الفرضية الصفرية.

مثال1: يبين الجدول التالي درجات سبعة طلاب في امتحاني الإحصاء والقياس النفسي:

التلاميذ	1	2	3	4	5	6	7
علامات الإحصاء x	9	8	6	10	6	4	7
علامات القياس y	8	10	6	7	7	5	6

المطلوب: أحسب قيمة معامل الارتباط بيرسون وبين نوعه؟

الحل:

التلاميذ	X	X^2	Y	Y^2	X.Y
1	9	81	8	64	72
2	8	64	10	100	80
3	6	36	6	36	36
4	10	100	7	49	70
5	5	25	7	49	35
6	4	16	5	25	20
7	7	49	6	36	42
المجموع	49	371	49	359	355

لدينا:

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}} = \frac{7(355) - (49)(49)}{\sqrt{[7(371) - (49)^2][7(359) - (49)^2]}} = \frac{84}{\sqrt{196(12)}}$$

$$\boldsymbol{r = 0.57}$$

إذن: قيمة الارتباط تساوي0.57 وهو ارتباط موجب متوسط.

مثال2: لغرض معرفة العلاقة بين عمر الأطفال وسرعة القراءة ، أجرى باحث دراسته على عينة مكونة من 10 أفراد، ووجد بأن معامل الارتباط بين هذين المتغيرين يساوي 0.78

-اختبر الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط عند مستوى α=0.05 ؟

الحل: أولا علينا صياغة الفرض الصفري والفرض البديل كمايلي:

$$\begin{cases} H_0 : \rho = 0 \\ H_1 : \rho > 0 \end{cases}$$

- تعيين الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط بتطبيق المعادلة:

$$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}} = 0.78\sqrt{\frac{10-2}{1-0.78^2}} = 0.78 \times 4.53 = \boldsymbol{3.53}$$

بما أن قيمة t_t عند درجات حرية عند درجات حرية (n–2)، ومستوى الدلالة0.05، لاختبار الطرف الواحد تساوي 1.86وهي أقل من قيمة t_c =3.53 فإننا نرفض الفرض الصفري، وبالتالي الارتباط بين متغيري عمر الأطفال وسرعة القراءة دال إحصائيا.

جدول القيم الحرجة لتوزيع t

درجات الحرية df	اختبار الطرف الواحد		اختبار الطرفين في حالة الذيلين يتم قسمة مستوى الدلالة على اثنين	
	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$ $\frac{\alpha}{2} = 0.025$	$\alpha = 0.01$ $\frac{\alpha}{2} = 0.005$
1	6.31	31.8	12.70	63.65
2	2.92	6.96	4.30	9.92
3	2.35	4.54	3.18	5.84
4	2.13	3.74	2.77	4.60
5	2.01	3.36	2.57	4.03
6	1.94	3.14	2.44	3.70
7	1.89	2.99	2.36	3.49
8	1.86	2.89	2.30	3.35
9	1.83	2.82	2.26	3.25
10	1.81	2.76	2.22	3.16
11	1.79	2.71	2.20	3.10
12	1.78	2.68	2.17	3.05
13	1.77	2.65	2.16	3.01
14	1.76	2.62	2.14	2.97
15	1.75	2.60	2.13	2.94
16	1.74	2.58	2.12	2.92
17	1.74	2.56	2.11	2.89
18	1.73	2.55	2.10	2.87
19	1.72	2.53	2.09	2.86
20	1.72	2.52	2.08	2.84
21	1.72	2.51	2.08	2.83
22	1.71	2.50	2.07	2.81
23	1.71	2.50	2.06	2.80
24	1.71	2.49	2.06	2.79
25	1.70	2.48	2.06	2.78
26	1.70	2.47	2.05	2.77
27	1.70	2.47	2.05	2.77
28	1.70	2.46	2.04	2.76
29	1.69	2.46	2.04	2.75
30	1.69	2.45	2.04	2.75
40	1.68	2.42	2.02	2.70
50	1.67	2.40	2.00	2.67
60	1.67	2.39	2.00	2.66
80	1.66	2.37	1.99	2.63
100	1.66	2.36	1.98	2.62
1000	1.64	2.33	1.96	2.58