معادلة خط الإنحدار

مدخل : نسمي المستقيم الذي يصف العلاقة بين المتغيرين x وy **بمستقيم الإنحدار**.
والمعادلة العامة لهذا المستقيم تعطي على النحو التالي :

$$Y_i = \alpha + \beta \times X_i + e_i$$

x_i : قيمة المتغير المستقل عند الرتبة i ، y_i : قيمة المتغير التابع عند الرتبة i

α: قيمة المتغير التابع كما x=0 ، β: تدعي معامل الإنحدار وتمثل ميل المستقيم

e_i: تمثل البواقي أي البعد العمودي بين المستقيم والنقطة على المستوى .

لا يمر خط الإنحدار بجميع النقاط إلا في حالة العلاقة التامة بين المتغيرين , وتقع القيم المتوقعة y_c على خط الإنحدار عند كل قيمة x_i. ويمثل البعد الرأسي بين y_i وخط الإنحدار الفرق بين القيمة المشاهدة y_i والمناظرة لها y_c في العلاقة التالية : $Y_i - Y_c = l_i$ وتكون هذه الفروق سالبة أسفل الخط، وموجبة فوق الخط.

وبفرض أن العلاقة خطية بين x و y وأن توزيع y لكل قيمة من قيم x توزيع طبيعي (معتدل) وأن تبايناته واحدة , فإنه يمكن توفيق خط الإنحدار على أساس جعل مجموع مربعات الفروق حدا أدنى، وتسمى بطريقة المربعات الصغرى حيث تقديراتها لثوابت معادلة خط الإنحدار غير متحيزة وتبايناتها أصغر ما يمكن.

ومنه : حد أدنى: $\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - y_{c_i}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - ax_i - b\right) = \sum_{i=1}^{n} l_i^2 \langle \varepsilon$

ومنه يمكن توفيق خط الإنحدار رياضيا أفضل توفيق، ويرسم مستقيم الإنحدار من ثنائية الوسطين الحسابيين $\overline{X}$ و $\overline{Y}$.

تعيين ثوابت معادلة خط الإنحدار :

لدينا معادلة خط إنحدار للبيانات الفعلية $\hat{Y}$ على $\hat{X}$ هي: $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \times \hat{x}_i$

حيث:

$$\begin{cases} \sum \hat{y}_i = n\hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum \hat{x}_i \rightarrow 1 \\ \sum \hat{x}_i \hat{y}_i = \hat{\alpha} \sum \hat{x}_i + \hat{\beta} \sum \hat{x}_i^2 \rightarrow 2 \end{cases}$$

من (1) و(2) نجد :

$$\hat{\beta} = \frac{\sum \hat{x}_i \hat{y}_i - n\overline{\mathrm{X}}\,\overline{\mathrm{Y}}}{\sum \hat{x}_i^2 - n\left(\overline{X}\right)^2}$$ و

$$\hat{\alpha} = \overline{Y} - \hat{\beta} \times \overline{X}$$