:

مقاييس التشتت المطلقة والنسبية

تعريف التشتت: هو دراسة مدى تقارب أو تباعد مفردات الظاهرة عن بعضها البعض ،أي عن وسطها الحسابي .فكلما كانت القيم قريبة من بعضها البعض أي قريبة من الوسط الحسابي تكون الظاهرة متقاربة أو متجانسة ،والعكس كلما كانت القيم بعيدة عن بعضها البعض أي بعيدة عن الوسط الحسابي تكون الظاهرة مشتتة أو غير متجانسة .

ويتم قياس التشتت بأحد المقاييس التالية المدى المدى الربيعي،الانحراف الربيعي الانحراف المتوسط والانحراف المعياري .

أنواع مقاييس التشتت:

مقاييس التشتت المطلقة :هي مقاييس تسمح بدراسة مدى تجانس أو تباين القيم .

المدى = الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة .

$$\mathrm{Et}=X_{max}-X_{min}$$

وفي حالة البيانات المبوبة يساوي المدى الفرق بين الحد الأعلى للفئة العليا والحد الأدنى للفئة الدنيا.

تكمن أهمية المدى في حساب طول الفئة لتفريغ البيانات ،إلا أنه كمقياس للتشتت فإنه مضلل في حالة وجود قيم متطرفة

المدى الربيعي=الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول .

$$\boldsymbol{EQ=Q_3-Q_1}$$

الانحراف الربيعي =نصف المدى الربيعي.

$$\boldsymbol{S_{Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}}}$$

:

الانحراف المتوسط:

هو مقياس من مقاييس التشتت يقيس بدقة الانحراف عن الوسط الحسابي ،وهو متوسط القيمة المطلقة لانحرافات قيم المشاهدات عن وسطها الحسابي ذويرمز له بالرمز :

Md

حسابه في حالة البيانات غير المبوبة :

ليكن لدينا القيم $X_n,$ X_3 ... X_2 , X_1 , فالانحراف المتوسط يكون حسب القانون التالي:

Md=$\frac{\sum|x_i-\bar{x}|}{n}$

مثال:

أحسب الانحراف المتوسط للبيانات التالية : 35،45،75،90،60،40

الحل :

1. حساب الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{345}{6}$$

:

$\overline{x}$ =**57,5**

Md=$\frac{\sum|x_i-\bar{x}|}{n}$

Md=$\frac{|35-57.5|+|45-57.5|+|75-57.5|+|90-57.5|+|60-57.5|+|40-57.5|}{6}$

Md=$\frac{|22.5|+|12.5|+|17.5|+|32.5|+|2.5|+17.5}{6}$

Md=17,5

حساب الانحراف المتوسط في حالة البيانات المكررة غير المبوبة

إذا كان لدينا القيم $X_n,$ ... X_3 , X_2 , X_1 تقابلها التكرارات

التالية: $f_n,$ ... f_3 , f_2 , f_1 فإن الانحراف المتوسط يحسب كالتالي:

Md=$\frac{\sum f_i|x_i-\overline{x}|}{\sum f_i}$

مثال: أحسب الانحراف المتوسط لساعت عمل مجموعة من العمال.

:

$f_i\|x_i - \bar{x}\|$	$f_i x_i$	عدد العمال	ساعات العمل
19.56	60	12	5
3.15	30	5	6
13.7	80	10	8
2.37	9	1	9
6.74	20	2	10
45.52	199	30	$\sum$

$$\bar{X} = \frac{f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{X} = \frac{199}{30}$$

$$\bar{X} = 6.63$$

Md$=\frac{\sum f_i|x_i-\bar{x}|}{\sum f_i}$

Md$=\frac{45.52}{30}$

Md$= 1.52$

تشتت ساعات العمل بالاعتماد على الانحراف المتوسط هو 1,52 ساعة

:

الانحراف المعياري

الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي لمجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوما على حجم العينة ويعتبر الانحراف المعياري أكثر مقاييس التشتت استخداما لأنه ادق المقاييس ويرمز له بالرمز $S_{(x)}$.

حساب الانحراف المعياري:

في حالة البيانات غير المبوبة وغير مكررة: يتم حسابه بتطبيق القانون التالي

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum {x_i}^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$\sum {x_i}^2$: تمثل مجموع مربعات القيم .

$\bar{x}^2$: مربع الوسط الحسابي

مثال :أحسب الانحراف المعياري للقيم التالية: 3،4،5،6،8،9

الحل :

x :3،4،5،6،8،9

x^2 :81,64,36,25,16,9

:

x^2	x
9	3
16	4
25	5
36	6
64	8
81	9
231	35

الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{35}{6}$$

5,83

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum {x_i}^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{231}{6} - {5,83}^2}$$

$$S_{(x)} = \sqrt{38,5 - 33,99}$$

:

$$S_{(x)} = \sqrt{4,51 =}$$

$$S_{(x)} = 2,12$$

في حالة البيانات غير المبوبة والمكررة: يتم حسابه بالقانون التالي:

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum(f_{i}.x_{i}^{2})}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$$

$\sum(f_{i}.x_{i}^{2})$: يمثل مجموع حواصل ضرب مربع كل قيمة في التكرار المقابل لها

$\sum f_i$:مجموع التكرارات

$$\bar{x} = \frac{\sum(f_i.x_i)}{\sum f_i}$$ الوسط الحسابي

مثال: احسب الانحراف المعياري للبيانات التالية

$f_i x_i^2$	x_i^2	$f_i x_i$	f_i	x_i
169	169	13	1	13
486	81	54	6	9
128	64	16	2	8
400	100	40	4	10
720	144	60	5	12
1903		183	18	

:

$$\bar{x} = \frac{\sum(f_i.x_i)}{\sum f_i}$$ الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{183}{18}$$ الوسط الحسابي

$$\bar{x} = 10{,}17$$

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum(f_{i.}x_i{}^2)}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$$

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{1903}{18} - 10{,}17^2}$$

$$S_{(x)} = \sqrt{105{,}71 - 103{,}43}$$

$$S_{(x)} = \sqrt{2{,}29}$$

$$=S_{(x)} = 1{,}51$$

في حالة البيانات المبوبة :يتم حسابه بالقانون التالي:

:

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum(f_i.xc_i{}^2)}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$$

مثال:

احسب الانحراف المعياري للجدول التكراري التالي:

$f_i.x_c{}^2$	$x_c{}^2$	$f_i xc_i$	x_{ci}	f_i	الفئات
7776	1296	216	36	6	40-32
11616	1936	264	44	6	48-40
10816	2704	208	52	4	56-48
25200	3600	420	60	7	64-56
4624	4624	68	68	1	72-64
34656	5776	456	76	6	80-72
94688		1632		30	$\sum$

$\bar{x} = \frac{\sum(f_i.x_{ci})}{\sum f_i}$ الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{1632}{30}$$

$$\bar{x} = 54{,}4$$

:

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{\sum(f_i.xc_i{}^2)}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$$

=

$$S_{(x)} = \sqrt{\frac{94688}{30} - 54,4}$$

=

$$S_{(x)} = \sqrt{3156,27 - 2959,36}$$

$$\sqrt{196,91}$$

$$S_{(x)} = 14,03$$

التباين

هو الوسط الحسابي لمربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي ،ويرمز له بالرمز :V (X)

حيث أن التباين يساوي مربع الانحراف المعياري أي أن:

$$\mathbf{V}_{(\mathbf{X})} = S_{(x)}{}^{\mathbf{2}}$$

ويحسب في حالة البيانات غير المبوبة بالقانون التالي :

$$\mathbf{V\ (X)} = \frac{\sum(x_i{}^2)}{n} - \bar{x}^2$$

مثال :أحسب التباين للقيم التالية:3،4،5،6،8،9

الحل :

x :3،4،5،6،8،9

x^2 :81,64,36,25,16,9

x^2	x
9	3
16	4

:

25	5
36	6
64	8
81	9
231	35

الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{35}{6}$$

5,83

$$\mathbf{V}\ (\mathbf{X}) = \frac{\sum({x_i}^2)}{n} - \bar{x}^2$$

$$\mathbf{V}\ (\mathbf{X}) = \frac{231}{6} - 5{,}83^2$$

$$\mathbf{V}\ (\mathbf{X}) = \mathbf{38{,}5 - 33{,}99}$$

$$\mathbf{V}\ (\mathbf{X}) = \mathbf{4{,}51}$$

ويحسب في حالة البيانات المكررة بالقانون التالي:

$$\mathbf{V}\ (\mathbf{X}) = \frac{\sum(f_i.{x_i}^2)}{\sum f_i} - \bar{x}^2$$

:

مثال: احسب الانحراف المعياري للبيانات التالية

$f_i x_i^2$	x_i^2	$f_i x_i$	f_i	x_i
169	169	13	1	13
486	81	54	6	9
128	64	16	2	8
400	100	40	4	10
720	144	60	5	12
1903		183	18	

$$\mathbf{V}\ (\mathbf{X}) = \frac{\sum(f_i.x_i{}^2)}{\sum f_i} - \bar{x}^2$$

$$\mathbf{V}\ (\mathbf{X}) = \frac{1903}{18} - 10{,}17^2$$

$$V_{(x)} = 105{,}71 - 103{,}43$$

$$V_{(x)} = 2.29$$

وفي حالة البيانات المبوبة يحسب بالقانون التالي:

:

$$\mathbf{V\ (X)} = \frac{\sum(f_i.x_i{}^2)}{\sum f_i} - \bar{x}^2$$

مثال :

احسب التباين للجدول التكراري التالي:

$f_i.x_c{}^2$	$x_c{}^2$	$f_i x c_i$	x_{ci}	f_i	الفئات
7776	1296	216	36	6	40-32
11616	1936	264	44	6	48-40
10816	2704	208	52	4	56-48
25200	3600	420	60	7	64-56
4624	4624	68	68	1	72-64
34656	5776	456	76	6	80-72
94688		1632		30	$\sum$

الوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{\sum(f_i.x_{ci})}{\sum f_i}$

$$\bar{x} = \frac{1632}{30}$$

$$\bar{x} = 54{,}4$$

:

$$\begin{matrix} V \\ S_{(x)} \end{matrix} = \frac{94688}{30} - 54.5$$

$$V_{(x)} = 3156.27\text{-}2959.36$$

$$V_{(x)} = 196{,}91$$

مقاييس التشتت النسبية : هي نفسها مقاييس التشتت المطلقة إلا أنها تحسب بقيمة نسبية نسبة إلى أحد مقاييس النزعة المركزية وأهمها هو الوسط الحسابي .وتستخدم لمقارنة تشتت مجموعتين من البيانات مختلفتين في وحدة القياس أو في قيمة الوسط الحسابي ،فإننا لا نستخدم مقاييس التشتت المطلقة وإنما نستخدم مقاييس التشتت النسبية .

المدى النسبي: $ET\% = \frac{\mathrm{ET}}{\bar{x}} * 100$

المدى الربيعي النسبي: $EQ\% = \frac{\mathrm{EQ}}{\bar{x}} * 100$

الانحراف المعياري النسبي $s_x\% = \frac{s_x}{\bar{x}} * 100$

معامل الاختلاف $\mathrm{C.V} = \frac{s_x}{\bar{x}} * 100$

مثال:قارن بين تشتت المجموعتين التاليتين:المجموعة الأولى تمثل أجور العمال حيث متوسط الاجور 54400 دينار وانحرافها المعياري 14030 دينار .

المجموعة الثانية متوسط أجورهم 30000دينار وانحرافها المعياري 12000 دينار .

الحل:

نلاحظ أن المتوسطين مختلفين لذلك لا نكتف بمقارنة الانحرافتين المعيارين وإنما نحسب معاملا الاختلاف لكل مجموعة ومن ثم نقارن بينهما.

$$\mathrm{C.V1} = \frac{s_{x1}}{\bar{x}} * 100$$

:

$$C.V1 = \frac{14030}{54400} * 100$$

$$C.V1 = 25,79\%$$

$$C.V2 = \frac{s_{x2}}{\bar{x}} * 100$$
$$C.V2 = \frac{12000}{30000} * 100$$
$$C.V2 = 40\%$$
$$40\% > 25,79\%$$

وبالتالي المجموعة الثانية أكثر تشتتا من المجموعة الأولى.