المحور الثاني: فلسفة الرياضيات

المحاضرة الثانية: فلسفة الرياضيات الكلاسيكية.

مدخل: عبر قراءاتنا في سجلات وخطابات المعرفة في تاريخ العلوم تستوقفنا دلالات عظمة العقل البشري إذ يستقري ويحلل ويفسر ويفهم ويؤول عديد المواضيع والمسائل والأحاجي التي استبطنها العقل من رحم المشكلات فتساءل نازعا إلى الإحاطة المعرفية بقضايا كونية واسعة شملتها مباحث وأصناف بحثية رتيبة، وقد كانت مآلات البحث كشفية بددت عوالم الجهل والغموض، فكان مما أفرزته أبحاث العقل أن حصل ثقافات ومعارف شتى جمعت بين الثقافات الفلسفية وبين الثقافات العلمية. ولا شك أن الرياضيات أبرز العلوم العقلية التي كان لها نصيب من اهتمامات العقل منذ العصر اليوناني.

مفهوم الرياضيات: "إن الكلمة الإغريقية : Mathemata تعني ببساطة " ما جرى تعلّمه" أحيانا بطريقة عامة، وفي أزمنة أخرى ارتبطت على نحو أكثر تحديدا بعلم الفلك أو الحساب أو الموسيقى". (عد إلى كتاب: **جاكلين ستيدال: تاريخ الرياضيات،** تر محمد عبد العظيم سعود، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط1، 2016، ص 27). ويطلق مصطلح الرياضيات على الحساب والجبر والهندسة ونحوها، وموضوعها الكم. فإذا كان الكم متصلا كالامتداد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة. وإذا كان منفصلا كالعدد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد، وهو يشمل الحساب والجبر. ويطلق اصطلاح الرياضيات الكلية على الطريقة التي لا تفتقر إلى المادة في تفسير كل ما تتناوله من الأمور متصلة بالترتيب والتناسب، وذلك على النحو الذي فعله "ديكارت" في تفسير كل شيء بالامتداد والحركة. وقد سميت طريقته هذه بالرياضيات الكلية لأنها تجعل العلوم الطبيعية جزءا من الرياضيات. (عد إلى معجم جميل صليبا، ج1، ص 631). وعرفها لالاند في معجمه الفلسفي بقوله: " اسم نوع لكل العلوم التي يكون موضوعها العدد، الترتيب العددي أو السعة" (عد إلى معجم لالاند، ج1، ص 770).

ـ فلسفة الرياضيات الكلاسيكية:

1 ـ فلسفة الرياضيات في الحضارتين البابلية والفرعونية : وإذ نكتفي بعرض القراءة التاريخية لطبيعة الفكر الرياضي القديم في شقه الهندسي، دون علمي الحساب والجبر، فإنه عدا الهندسة لم تستطع أن تسير قدما إلى الأمام في حضارات أثينا والإسكندرية وروما القديمة، لأن أسلوبها الرمزي إنما هو وليد عصور متأخرة جدا وقريبة منا ولا يختلف عن هذا موقف المنطق. ولأن تقرر في تاريخ العلم أحقية اليونان بتأسيس العلم الرياضي ابتداء من أعمال طاليس وفيثاغورس فإن اليونان قد برعوا في حقول الأبحاث الرياضية النظرية، بينما كان السبق التطبيقي لها

مع الحضارتين المصرية والبابلية. فقد نشأت علوم: المساحة والهندسة والحساب في مصر القديمة بدافع من الضرورات الاقتصادية والاجتماعية وهو ما نتثمثله في هندسة الأهرامات وقياسات مساحات الحقول وتنظيم الزراعة والري. وبراعة الفراعنة الرياضية تجلت في دقة قياسات الأشكال الهندسية مثل القاعدة المربعة للشكل والمثلث المتساوي الساقين، كذا استخدامهم للكسور وغيرها من التطبيقات الهندسية التي أصلت التفكير الرياضي بدء بحضارة الفراعنة. أما ما ثبت في متن مقررات تاريخ العلوم القديمة فيما ينتسب للحضارة البابلية فإن النصوص الرياضية لديهم كانت تدوّن على الألواح الطينية، التي بلغ عددها نحو الستين لوحا، مضافا إليها نحو مائتي لوح تحتوي على جداول رياضية، ثم إن معظم ما لدى البابليين من الألواح لا يتعدى المائة، وقد كانت الألواح الطينية لا تشجع على كتابة النصوص الطويلة على حين ان درج البردي نسبة إلى "**بردية رايند**" تساعد على ذلك. بل إن بعض الألواح المفردة تعرضت للكسر قطعا وأجزاء، وعليه فإن الباحث في الرياضيات البابلية أقل توفيقا من زميله الباحث في الرياضيات المصرية. وقد ابتدأ نظام العدد السومري خليطا بين الطريقتين العشرية والستينية، وذا ما يبيّن أن الرياضيين الأولين ابتدءوا بتطبيق النظام العشري ثم درجوا بعد ذلك على تطبيق النظام الستيني، ونستبين العلاقة القائمة بين المستويين من خلال تطبيقاته النتظمة باستعمال العاملين (10 و 6) على النحو التالي: 1 و10 و 60 و600 و 3600 إلخ. ومما تجدر الإشارة إليه أن أقدم الألواح السومرية تحتوي على جميع أنواع الجداول العددية مثل جداول الضرب وجداول التربيع والتكعيب، وهذه تكون بتعكيسها جداول الجدور التربيعية والجدور التكغيبية ثم جداول معكوس الأعداد، ولك أن تتبيّن أحد تلك الجداول من دون التباس مثل:

مربع 1 هو 1

مربع 2 هو 4

مربع 3 هو 9

مربع 8 هو 1،4 (أي 60+4)

ولم يكتف السومريون باستعمال المرتبة العددية، بل وسعوه إلى ما تحت مضاعفات أساس العدد، كما أن نظامهم العددي كان مرتبطا بتقسيمات الأوزان والمقاييس. وعموما فإن السومريون كان لهم السبق التاريخي الحضاري بأن أوجدوا الطريقة الستينية كاملة قبل 2000 سنة ق م. ولكي نقدر عبقريتهم يكفي أن نذكر أن توسيع نفس هذه

المبادئ وتطبيقها على الطريقة العشرية لم يعرف في الغرب الأوربي إلا عام 1585م حين كشفها فلمنج سيمون ستيفن. (للاطلاع أكثر عد إلى كتاب: **جورج سارتون: تاريخ العلم (ج1)** ص ص 163 ـ 168).

2 ـ فلسفة الرياضيات في الحضارة اليونانية:

أ ـ فلسفة الرياضيات ما قبل إقليدس: عندما يهم مؤرخو العلم التأريخ للفكر الرياضي يبتدئون بالإشادة بدور الإغريق في التأسيس لهذا النمط من التفكير العلمي الذي اقترن بجهابذة الفكر الرياضي البارزين مثل إقليدس وأرشميدس وديوفانتس وفيثاغورس وغيرهم. لقد كانت رياضيات الإغريق ممتعة عقليا إذ تم تشييدها وفق بنى وأنساق منطقية عقلانية غاية في الدقة والوضوح نحو نظرية فيثاغورس التي هي من النظريات الأبرز التي يتدارسون طلبة الرياضيات التي تنص على أن مربع الضلع الأطول في المثلث القائم الزاوية ـ الوتر ـ يساوي مجموع مربعي الضلعين القصيرين. يتذكر أيضا معظم الدارسين لنظرية فيثاغورس أنه إذا كان طولا الضلعين القصيرين 3 و 4 وحدات، فإن طول الضلع الأطول يساوي 5وحدات لأن $5^2 = 4^2 + 3^2$. (عد إلى كتاب: **جاكلين ستيدال: تاريخ الرياضيات**، تر محمد عبد العظيم سعود، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط1، 2016، ص 15). وثمة اعتراف وجب أخذه بعين الاعتبار وهو أن اصطلاح رياضيات الإغريق لا يعني تأصيل الرياضيات إغريقيا. لقد عاش ديوفانتس في الاسكندرية بمصر وعاش أرشيميدس في جزيرة صقلية أما أبولونيوس وهو رياضي آخر من كبار الرياضيين الإغريق فقد عاش في برجا الموجودة في تركيا الآن. بعبارة أدق فإن رياضيو اليونان على رغم تأليفهم خطاباتهم المعرفية بلغة الإغريق لم يأت أحد منهم من أرض اليونان حتى نقر بأصالة علمهم. (للاطلاع عد إلى كتاب: **جاكلين ستيدال: تاريخ الرياضيات**، تر محمد عبد العظيم سعود، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط1، 2016، ص 23). أشاد أفلاطون ونوه بضرورة المعرفة بالعلم الرياضي لما لها من دور وأثر في تقدم فهمنا في دراسة الفلسفة والعلم، وقد أبان عن موقفه من الرياضيات في كتابه الجمهورية قائلا: " من المناسب يا جلوكن أن ينص في قوانيننا على وجوب دراسة هذا الفرع من العلم، ويجب أن نحمل من يلي مناصب الدولة العليا على أن يدرس الحساب ويتمكن منه، لا كما يفعل الهواة، بل عليه أن يواصل دراسته حتى يصل إلى مرحلة تدبر طبيعة العدد بالتفكير البحت، لا للانتفاع به في البيع والشراء... بل للانتفاع به في الحرب وفي تيسير صرف النفس عن عالم المادة إلى عالم الجوهر والحقيقة". ولا شك أن أفلاطون كان رياضيا نظريا ولم تحفل أفكاره بعرض إشادة لفضل الرياضيات التطبيقية في الحياة. ويذهب أفلاطون إلى الإقرار بعزل الرياضة

التطبيقية من مقررات العلم إلى حد الحث على نبذ استعمال أدواتها ما عدا المسطرة والفرجار. وقد عبّر عن وجهة نظره العامة تعبيرا جميلا في قوله: إن الله دأبه أن يهندس (الله رياضي قبل كل شيء). وتتضح وجهة نظره هذه مما تواتر من أن باب الأكاديمية كان منقوشا عليه هذه العبارة" من لم يكن رياضيا فلا يدخلن ها هنا". والمثال الأفلاطوني له تجل رياضي بحت ولعل تصور أفلاطون للمثال الرياضي هو مال حداه إلى الرغبة في تعميمه في عوالم الفكر المعرفية. فإذا ما عرّفنا الدائرة بأنها منحن مستو مقفل تبعد كل نقطة فيه بعدا ثابتا عن نقطة داخله، فإننا نخلق مثالا هو الدائرة المثالية أو الحلقة التي لا يمكن لأية دائرة مرسومة أن تبلغها. وعليه فإن مسلّمة أفلاطون المعرفية في صيغتها الكلية توحي بأن نظرية أفلاطون في المثل متأصلة بأصلها الرياضي. وقد عبّر بروكلوس في النصف الثاني من القرن 5ق م عن هذا المعنى تعبيرا لبقا إذ يقول: " لقد كان من نتائج تحمسه للرياضة والهندسة أن تقدمت الرياضيات عامة، والهندسة خاصة، تقدما عظيما. ويبدو هذا التحمس في ملئه كتبه بالإيضاحات الرياضية، وفي دأبه على إثارة الإعجاب بالرياضيات وبالهندسة في نفوس من يدرسون الفلسفة. (للاطلاع أكثر عد إلى كتاب: **جورج سارتون: تاريخ العلم (ج3)** ص ص 83 ـ 92).

ب ـ الفكر الرياضي الهندسي الأوقليدي : ونحن نسترسل في قراءاتنا التاريخية النقدية لحركية تطور الفكر العلمي، يلفت انتباهنا سيطرة الطرح العقلاني في اختبار المنظومة المعرفية و اتساق مناهجها مع مقومات أنساقها وطبيعة النظريات العلمية و تمايزها. وإذ ذاك فإن السمة البارزة في ثورة الفكر العلمي الكلاسيكي فلكيا وفيزيائيا هو تأثر هذه العلوم بالبناء النسقي الرياضي، الذي أمكن بموجبه صياغة وضبط القوانين الفيزيائية و الفلكية بلغة كمية دقيقة ويقينية. فالثورة العلمية في مضمونها هي ثورة رياضية عقلانية تجاوزت أضرب الوصف والتقدير الافتراضي لمختلف التفسيرات العلمية، المتصلة بمجالي الفيزياء و الفلك الكلاسيكيين .

والثابت في تاريخ العلم أن الفكر الرياضي شهد تطورا مذهلا في العصر الحديث نتيجة لتطور الأبحاث المنطقية في أكثر من جانب، وقد تحددت معالم وأنساق الرياضيات *(systèmes mathématique)* قديما على يد الفلاسفة الرياضيون كفيثاغورس و "أفلاطون" و"إقليدس". لكن في واقع الأمر بداية النشأة والتطور الحاصل في الثورة الرياضية*(la révolution mathématique)* كانت هندسية، وأبرز ما تميزت به الرياضيات اليونانية عن غيرها استعمال طرق جديدة في التفكير كالتجريد و التعميم والتحليل والتركيب، مما كانت

نتيجته نشوء تصور جديد للعلم الرياضي، يختلف اختلافا جذريا عن التصورات التي تربط الحساب والهندسة بالتطبيقات العملية و الحاجات الاجتماعية.

ويعد أوقليدس السكندري (330 270ق م): أبو الهندسة في تاريخ الفلسفة، جمع أبحاثه الهندسية و نظمها في كتابه "الأصول" حيث قصد إلى وضع المعالم والقواعد الأساسية لعلم الهندسة، وقد حاول منذ أن قرر لم شمل شتات الفكر الرياضي تشييد نسق هندسي يقيني، مطلق يكون بمثابة الدستور العلمي و المنطقي لعلوم عصره و ما تلاها يقوم هذا النسق على مجموعة محددة من البديهيات، الذي ، يحقق البناء الكامل للهندسة الإقليدية (*la géométrie euclidienne*)عن طريق التأليف البارع بين البديهيات (*les axiomes*)وحدها.

فالأوليات الإقليدية تمثل قضايا صادقة بذاتها، نبرهن بها على صحة العملية الاستدلالية الرياضية دون البرهنة عليها، لأنها تتضمن الصدق و اليقين التام (*certitude total*) في ذاتها تخلو من كل تناقض أو شك وبالتالي فهي مثيلة لثوابت النسق الاستنباطي القياسي عند "أرسطو" الذي يرتكز على مبادئ البداهة و الوضوح، كمبدأ الهوية، ولأن عد المنطق (*la logique*)علما لفنون النظر و التفكير وكذا الاستدلال ، وصياغة قوانين الفكر، فإن صورية المنطق لم تصطبغ على العمليات الاستدلالية الرياضية ومنها الهندسة، فالواقع أن الهندسة الأوقليدية هي هندسة مستوية حسية تنطبق على الفكر لتدل على انطباقه على الواقع. يقول محمد عابد الجابري: " والحق أنه لم يكن أحد يشك في صلة الرياضيات بالتجربة على الرغم من غموض هذه الصلة وصعوبة الكشف عن حدودها وحقيقتها. الشيء المؤكد، وهذا ما أكدته التجربة دوما، هو انطباق الرياضيات على الحوادث التجريبية، انطباقا ساعد كثيرا على تقدم العلوم الطبيعية".

ج ـ مقومات النسق الاستنباطي في هندسة أوقليدس: إذا أمكن اختصار الوصف و الفهم إزاء حقيقة العلم الرياضي قلنا في أوجز عبارة: هو علم استدلالي عقلي متماسك، حقائقها يقينية و قوانينها واضحة، لكن لم لا تتوفر بقية العلوم على هذه المزايا و المكاسب ؟. لأن الرياضيات تشد أوصالها لغتها ومنهجها الاستنباطي الذي يرتكز على مجموعة من المبادئ *principes* ويمكن أن نميز في نطاقها ثلاثة أركان:

. البديهية *axiome* هي قضية واضحة بذاتها إلى درجة أنه لا يمكن أن تتأدى منها إلى ما هو أبسط منها ، مثل القضية التالية: الكل أكبر من الجزء .

. المسلمة *postulat* قضية غير واضحة بذاتها ، ولكن الرياضي يطلب منا التسليم بها دون برهان مع وعد منه بأنه سيشيد عليها بنيانا رياضيا متماسكا .

. أما التعاريف فهي مجموعة من الحدود التي يجب الأخذ بها غير معرفة ، حتى نستطيع تعريف الباقي بواسطتها. إن جملة هذه الأركان الهندسية هي المقومات الأساسية للبناء الهندسي الإقليدي، التي تنظم حركة الفكر في مختلف الممارسات الاستدلالية الرياضية والهندسية خصوصا، لتبرز شخصية "أوقليدس" المهندس *(le géomètre)* كما لو كان أرسطيا متأثرا بنظريته حوا أصول الرياضيات في كتابه"التحليلات الثانية". إذ يقر "أرسطو" بأن الأسس والمبادئ الرياضية غير قابلة للبرهان في العلم الرياضي، بينما يمكن تبريرها و البرهنة عليها في الميتافيزيقا، ويلخص أهم مبادئه في الاستنباط الرياضي كالآتي: التعريفات... الأصول الموضوعة والمسلمات. وعليه فإن الصروح الهندسية الإقليدية بحسب اعتقاد إطلاقيتها وثباتها إنما ترتد إلى المرجعية المنطقية الأرسطية. إن الطبع المنطقي البر هاني الذي يغلب على هندسة إقليدس قد حدا ببعض الباحثين (ليون برا نشفيك) إلى القول بوجود قطيعة *(rupture)* بين العلم الفيثاغوري الأفلاطوني والعلم الأرسطي الأوقليدي. الأول قائم على الحدس والثاني قائم على البرهان، لكن باحثين آخرين يرون أن كتاب "الأصول" الذي ألفه إقليدس لم يكن سوى مقدمة، أو إعادة صياغة لكتاب ألفه "أفلاطون".

د ـ أثر البناء الهندسي الأوقليدي على فلسفة الرياضيات الحديثة: وأيا ما كانت نتائج هذه المقاربات المنهجية، فإن البناء الهندسي الإقليدي استحوذ على مملكة العقل عصورا وأجيالا أفاد العلوم والفلسفات والأبحاث المنطقية الحديثة والمعاصرة وقد بدا تأثر المحدثين بالبناء الإقليدي، فوصفوه بأنه نسق يقيني استنباطي *(catégorie déductive)* وقد نوه الفيلسوف الألماني "إمانويل كانت" *Emanuel Kant (1724. 1804)* بعظمة الصرح الهندسي الإقليدي قائلا: " **إن الهندسة الإقليدية هي الوحيدة الممكنة للإنسان، لأن قضاياها ضرورية لأنها تعبر عن خواص المكان الحقيقي الوحيد**". فالمكان الإقليدي يحتل ثلاثة أبعاد (الطول والعرض والارتفاع) والمكان في اعتقاد "كانت" لا يتعدى حدود هذه الأبعاد لهذه الاعتبارات استبعد "كانت" إمكانية قيام هندسة بديلة عن الهندسة الإقليدية، لأنها ضرورية للفكر والعلم، حقائقها أكثر منطقية، لا يجتمع في متونها الوهم *(fiction)* والخيال*(l'imagination)* .