تمـرين(1)

يحتوي وعاء على 4 كرات صفراء و 8 كرات خضراء غير متمايزة عند اللمس.

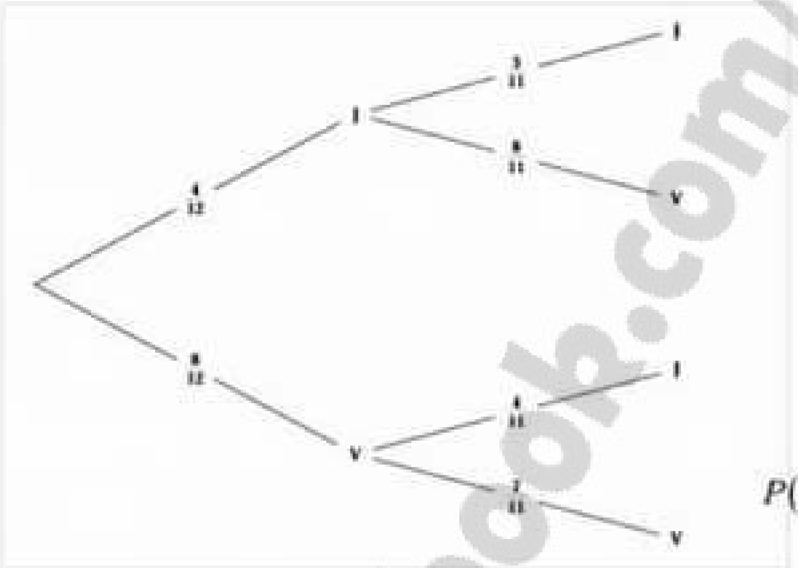
نسحب بطريقة عشوائية 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

- استعمل شجرة الاحتمالات لنمذجة كل من الوضعيات السابقة ثم أحسب احتمال الحصول :

أ) A " كرة صفراء ثم كرة خضراء " .

ب) B " كرة خضراء ثم كرة صفراء " .

ج) C " اللونين معا " .



حل التمـرين(1)

$$P(A)=\frac{4}{12}\times\frac{8}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P(B)=\frac{8}{12}\times\frac{4}{11}=\boxed{\frac{8}{33}}$$

$$P(C)=\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}+\frac{8}{12}\times\frac{7}{11}=\boxed{\frac{17}{33}}$$

تمـرين(2)

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و 2كرات بيضاء غير متمايزة عند اللمس.

نسحب عشوائيا 2 كرات على التوالي دون إرجاع و نعتبر أن كل الكرات لها نفس الاحتمال .

1) مثل الوضعية بواسطة شجرة الاحتمالات .

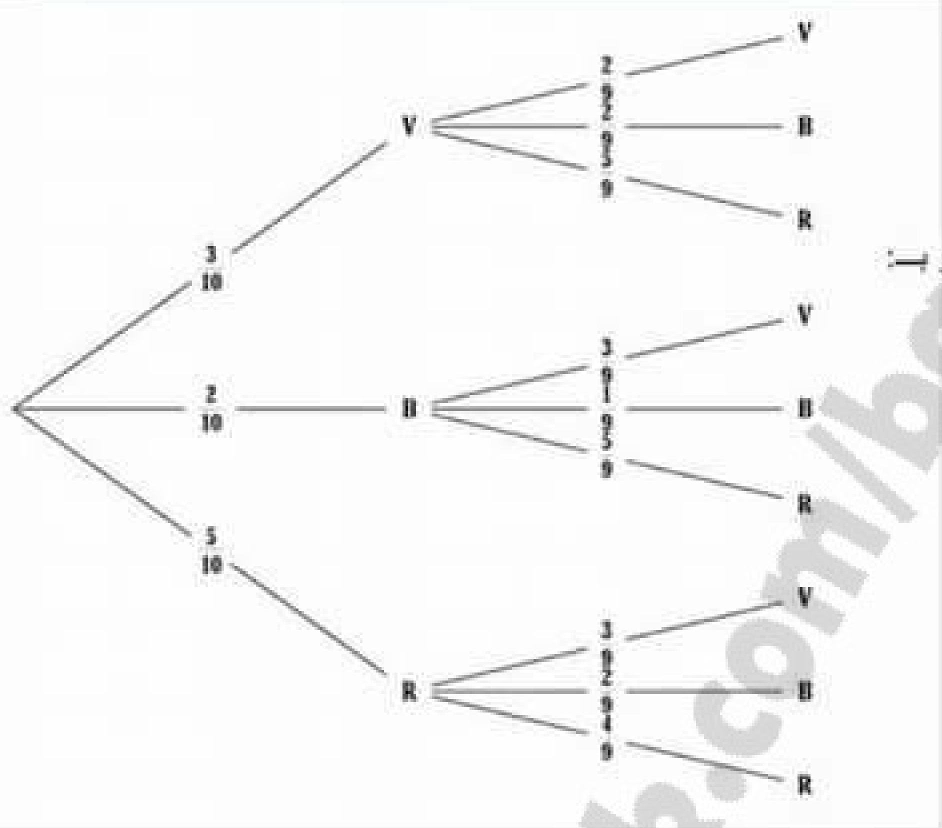
2) أحسب احتمال الحصول على :

أ) A " كرتين من نفس اللون " .

ب) C " كرة خضراء في السحب الأول " .

ج) D " اللونين معا " .

3) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .



حل التمـــرين(2)

1) شجرة الاحتمالات: نرمز بـــ:

B للكرة البيضاء .

V للكرة الخضراء .

R للكرة الحمراء .

2) أ) الحدث A هو : VV أو BB أو RR : $P(A)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$

ب) الحدث C هو : VV أو VB أو VR : $P(C)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\boxed{\frac{14}{45}}$

ج) الحدث D هو : VR أو VB أو BV أو BR أو VB أو RB

$$P(D)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{3}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{2}{9}=\boxed{\frac{31}{45}}$$

طريقة(2) : $D=\overline{A}$ معناه : $P(D)=1-P(A)=1-\frac{14}{45}=\boxed{\frac{31}{45}}$

3) ليكن $P(E)$ هو احتمال الحصول على كرة خضراء في السحب الثاني .

الحدث E هو : VV أو BV أو RV : $P(E)=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\times\frac{3}{9}=\boxed{\frac{3}{10}}$

تمرين(3)

صندوق A يحتوي على4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

ـــ إذا تحصل على الرقم1 يسحب كرة واحدة من الصندوقA .

ـــ إذا لم يتحصل على الرقم1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

2) R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R)=0{,}15$

3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق A أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق B.

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

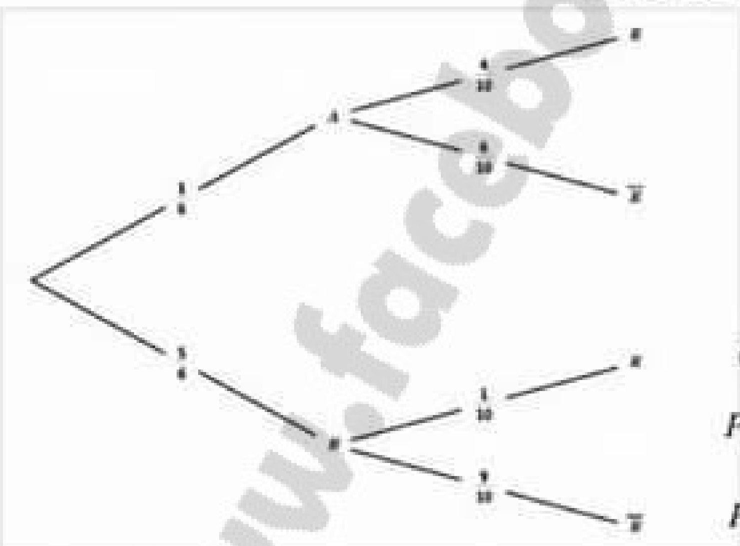
ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـــ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

1) بين أن G يأخذ القيم $2x$ ، $x-2$ ، $-4x$.

2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي$E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x.

3) ما هي أصغر قيمة لـــ x حتى تكون اللعبة مربحة .



<u>**حل التمـــرين(3)**</u>

I) 1) بتطبيق الاحتمالات الكلية ينتج:

$$P(R)=\frac{1}{6}\times\frac{4}{10}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{10}=\boxed{0{,}15}$$

2) هنا احتمالات شرطية :

احتمال أن تكون من الصندوق A مع العلم أنها حمراء هو : $P_R(A)=\dfrac{P(R\cap A)}{P(R)}$

لدينا: $P(R)=\dfrac{9}{6}$ ، $P(R\cap A)=\dfrac{1}{6}\times\dfrac{4}{10}$

و منه : $P_R(A)=\boxed{\dfrac{4}{9}}$ احتمال أن تكون من الصندوقB مع العلم أنها حمراء هو :

$$P_R(B)=1-P_R(A)=1-\frac{4}{9}=\boxed{\frac{5}{9}}$$

نلاحظ أن : $P_A(B) > P_B(A)$

II) 1) يمكن للاعب أن يحصل بعد اللعبتين : $\Omega = \{RR ; RN ; NN\}$ ومنه : $G(\Omega) = \{2x ; x-2 ; -4\}$

2) قانون الاحتمال :

$P(G=2x) = P(R)\times P(R) = 0{,}15\times 0{,}15 = \boxed{0{,}0225}$

$P(G=-4) = P(N)\times P(N) = 0{,}85\times 0{,}85 = \boxed{0{,}7225}$

$P(G=x-2) = P(R)\times P(N) + P(N)\times P(R) = \boxed{0{,}225}$

g_i	$2x$	$x-2$	-4
$P(G=g_i)$	0,0225	0,7225	0,225

الأمل الرياضياتي $E(G)$

$$E(G) = 2x\times 0{,}0225 + (x-2)\times 0{,}7225 + (-4)\times 0{,}255 = \boxed{0{,}3x - 3{,}4}$$

تكون اللعبة مربحة إذا كان : $E(G) > 0$ معناه $3x - 3{,}4 > 0$

و منه : $x > 11{,}3$ و بما أن x عدد طبيعي ، فإن $\boxed{x = 12}$.

تمرين(4)

يحتوي كيس على 20 قريصات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس واحدة حمراء و 2 صفراء و 4 خضراء

يسحب لاعب قريصة واحدة من الكيس :

ـ إذا كانت حمراء يربح اللاعب $10DA$.

ـ إذا كانت صفراء يخسر اللاعب $5DA$.

ـ إذا كانت خضراء يعيد اللاعب سحب قريصة أخرى دون ارجاع الأولى إلى الكيس ، فإذا كانت الثانية حمراء يربح $8DA$ و إلا فإنه يخسر $4DA$.

نهتم بالربح الجبري(ربح أو خسارة) في نهاية اللعبة . لتكن Ω مجموعة الأرباح الممكنة .

1) ضع مخططا مناسبا لهذه اللعبة .

2) أحسب احتمال الحادثة G " اللاعب رابح ".

3) عرف قانون احتمال Ω و أحسب الأمل الرياضياتي .

تمرين(5)

يحتوي كيس على 20 قريصات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس واحدة حمراء و 2 صفراء و 4 خضراء

يسحب لاعب قريصة واحدة من الكيس :

ـ إذا كانت حمراء يربح اللاعب $10DA$.

ـ إذا كانت صفراء يخسر اللاعب $5DA$.

ـ إذا كانت خضراء يعيد اللاعب سحب قريصة أخرى دون ارجاع الأولى إلى الكيس ، فإذا كانت الثانية حمراء يربح $8DA$ و إلا فإنه يخسر $4DA$.

نهتم بالربح الجبري(ربح أو خسارة) في نهاية اللعبة . لتكن Ω مجموعة الارباح الممكنة .

1) ضع مخططا مناسبا لهذه اللعبة .

2) أحسب احتمال الحادثة G" اللاعب رابح ".

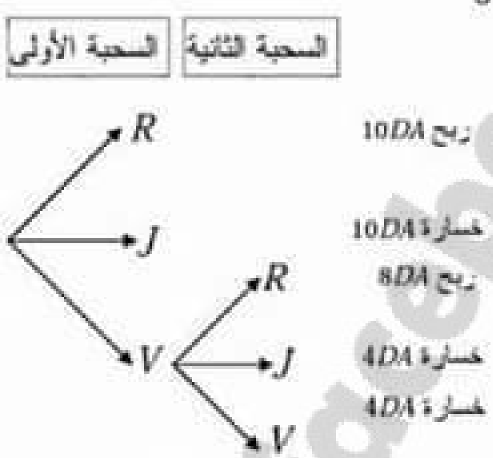
3) عرف قانون احتمال Ω و أحسب الأمل الرياضياتي .

حل التمـــرين(5)

1) عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة :

(سحب قريصة من اللونين الأحمر و الأصفر) أو (قريصة $\boxed{\text{خضراء}}$ أولا و قريصة من 6 قريصات الباقية)

إذن عدد الطرق الممكنة لإجراء اللعبة هو : $3+6\times 4=\boxed{27}$



2) حساب احتمال الحادثة G : يربح اللاعب في حالة

سحبه قريصة حمراء أو قريصة خضراء متبوعة

بـ قريصة حمراء $P(G)=\frac{1\times 4+1}{27}=\boxed{\frac{5}{27}}$

2) لدينا المجموعة : $\Omega=\{-4;-5;8;10\}$

x_i	-4	-5	8	10
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{1}{27}$

تمـرين(6)

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد اسمه إبراهيم و امرأة واحدة اسمها فاطمة ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " تكوين لجنة تضم 3 رجال ".

B " تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين ".

C " تكوين لجنة تضم إبراهيم ".

D " تكوين لجنة تضم إما إبراهيم أو فاطمة ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار بعدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

حل التمرين(6)

1) عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : $C_{12}^{3} = \boxed{220}$

$$P(B) = \frac{C_8^1 \times C_4^2}{220} = \boxed{\frac{12}{55}} \quad , \quad P(A) = \frac{C_8^3}{220} = \boxed{\frac{14}{55}}$$

$$P(D) = \frac{C_1^1 \times C_{10}^2 + C_1^1 \times C_{10}^2}{220} = \boxed{\frac{9}{22}} \quad , \quad P(C) = \frac{C_1^1 \times C_{11}^2}{220} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

2) أ) القيم التي يأخذها X : 3 2 1 0

قانون احتمال X : لدينا :

$$P(X=1) = P(B) = \boxed{\frac{12}{55}} \quad , \quad P(X=0) = \frac{C_4^3}{220} = \boxed{\frac{1}{55}}$$

$$P(X=3) = P(A) = \boxed{\frac{14}{55}} \quad , \quad P(X=2) = \frac{C_8^2 \times C_4^1}{220} = \boxed{\frac{28}{55}}$$

نلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$

ب) الأمل الرياضياتي : $E(X) = 0 \times \frac{1}{55} + 1 \times \frac{12}{55} + 2 \times \frac{28}{55} + 3 \times \frac{14}{55} = \boxed{2}$

الانحراف المعياري :

$$V(X) = \sum_{i=1}^{4} (x_i - E(X))^2 p_i = (0-2)^2 \frac{1}{55} + (1-2)^2 \frac{12}{55} + (2-2)^2 \frac{28}{55} + (3-2)^2 \frac{14}{55} = \boxed{\frac{6}{11}}$$

تمـرين (7)

صندوق يحتوي على 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و تنهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) A " الحصول على كرتين بيضاوين ".

ب) B " الحصول على كرتين من نفس اللون ".

2) نعرف لعبة حظ كما يلي : تمنح لكل كرة بيضاء العلامة ($\in \mathbb{R}$) و لكل كرة سوداء العلامة ($-$)

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

ــ ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

حل التمـرين (7)

1) بما أن السحب على التوالي ودون إرجاع فإن عدد الطرق الممكنة للسحب هو: $n^p = 10^2 = \boxed{100}$

أ) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين هو: $7^2 = \boxed{49}$ ومنه: $P(A) = \boxed{\frac{49}{100}}$

ب) عدد الطرق للحصول على كرتين بيضاوين أو سوداوين هو: $7^2 + 3^2 = \boxed{58}$ ومنه: $P(B) = \boxed{\frac{58}{100}}$

2) أ) قيم X : -2 أو 0 أو 2 .

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

x_i	-2	0	2
$P(X = x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{49}{100}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$:

$$E(X) = (-2\ ) \times \frac{9}{100} + 0 \times \frac{9}{100} + 2\ \times \frac{49}{100} = \boxed{\frac{4}{5}}$$

ب) تكون اللعبة مربحة إذا كان $E(X) > 0$: معناه $0 <$

3) أصبح في الصندوق n كرة سوداء و 7 كرات بيضاء ، إذن : $P(A)=\frac{7^2}{(n+7)^2}=\frac{49}{(n+7)^2}$

بحل المعادلة $\frac{1}{4}=\frac{49}{(n+7)^2}$ نجد : $n=7$ ، معناه يجب إضافة 4 كرات سوداء للكيس حتى يكون: $P(A)=\frac{1}{4}$

تمرين(8)

صندوق يحتوي على3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس .

نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس ، إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب و إذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس و نسحب كرة أخرى و هكذا .

أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أ) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء ".

B " الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء ".

ب) استنتج حساب الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها.

- أعط قانون الاحتمال المتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي .

حل التمـرين(8)

1) أ) $P(A)=\frac{C_4^1}{C_7^1}=\boxed{\frac{4}{7}}$

لكي يتحقق الحدث يجب :

أن نسحب في المرة الأولى كرة بيضاء و لا تعاد إلى الكيس $\boxed{\text{و}}$ نسحب في المرة الثانية كرة سوداء

إذن : $P(B)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_4^1}{C_6^1}=\boxed{\frac{2}{7}}$

ب) لكي لا نجري السحبة الثالثة يجب أن نتوقف إما عند السحبة الأولى $\boxed{\text{أو}}$ عند السحبة الثانية

أي : " نسحب كرة سوداء في المرة الأولى $\boxed{\text{أو}}$ نسحب كرة سوداء في المرة الثانية ".

إذن الاحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة هو : $P(A)+P(B)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\boxed{\frac{6}{7}}$

2) القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X : 1 و 2 و 3 و 4 .

- يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة سوداء : $P(X=1)=P(A)=\boxed{\frac{4}{7}}$

- يتحقق الحدث $(X=2)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا كرة سوداء

إذن : $P(X=2)=P(B)=\boxed{\frac{2}{7}}$

- يتحقق الحدث $(X=3)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثانية كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة سوداء.

إذن : $P(X=3)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_4^1}{C_5^1}=\boxed{\frac{4}{35}}$

- يتحقق الحدث $(X=4)$ إذا سحبنا في المرة الأولى كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثانية كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الثالثة كرة بيضاء و لم نعدها إلى الكيس ثم سحبنا في المرة الرابعة كرة سوداء

إذن : $P(X=4)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_4^1}{C_4^1}=\boxed{\frac{1}{35}}$

- نلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$

- الأمل الرياضياتي : $E(X)=1\times\frac{4}{7}+2\times\frac{4}{7}+3\times\frac{4}{35}+4\times\frac{1}{35}=\boxed{\frac{76}{35}}$

تمرين (9)

يحتوي صندوق U_1 3 كرات خضراء و 2 كرات حمراء و يحتوي صندوق U_2 3 كرات حمراء و 2 كرات خضراء و نعتبر أن جميع الكرات متماثلة و لا يمكن تمييزها باللمس .

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 و نسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .

1) أحسب احتمال الحصول على 3 كرات خضراء .

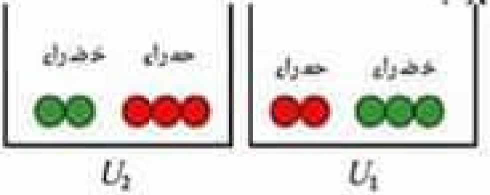
2) أحسب احتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء

.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائ X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) أحسب التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .



حل التمـرين(9)

1) A : " الحصول على 3 كرات خضراء ".

تحقق A معناه : سحب كرة خضراء من U_1 و سحب كرتين من U_2

إذن : $P(A)=\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{3}{50}}$

2) لتكن B الحدث : " الحصول على الأقل على كرة خضراء ".

و C الحدث: " الكرة المسحوبة من U_1 حمراء " ، معناه :

نستنتج أن الاحتمال المطلوب هو $P_C(B)$ ، أي : $P_C(B)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}$

الحدث $B\cap C$ هو " الحصول على الأقل على كرة خضراء و الكرة المسحوبة من U_1 حمراء ".

يتحقق الحدث $B\cap C$ إذا سحبنا :

(من U_1 كرة حمراء $\boxed{و}$ من U_2 كرة حمراء و كرة خضراء حمراء)

$\boxed{أو}$ (من U_1 كرة حمراء ومن U_2 2كرات خضراء)

إذن : $P(B\cap C)=\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^1\times C_2^1}{C_5^2}+\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{7}{25}}$

و منه : $P_C(B)=\frac{P(B\cap C)}{P(C)}=\boxed{\frac{7}{10}}$

3) أ) مجموعة قيم X : $\{0;1;2;3\}$

ـ يتحقق الحدث $(X=0)$ إذا سحبنا 3كرات خضراء أي :

إذا سحبنا كرة خضراء من U_1 و 2كرات خضراء من U_2 : $P(X=0)=\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{3}{50}}$

- يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا سحبنا كرة حمراء و 2كرات خضراء أي إذا سحبنا :

(كرة حمراء من U_1 و 2كرات خضراء من U_2)

أو (كرة خضراء من U_1 و كرة خضراء وكرة حمراء من U_2) :

إذن : $P(X=1)=\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^2}{C_5^2}+\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}=\frac{20}{50}=\boxed{\frac{2}{5}}$

- يتحقق الحدث $(X=2)$ إذا سحبنا 2 كرات حمراء و كرة خضراء أي إذا سحبنا :

(كرة حمراء من U_1 و كرة خضراء وكرة حمراء من U_2)

أو (كرة خضراء من U_1 و2كرات حمراء من U_2) :

إذن : $P(X=2)=\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1\times C_3^1}{C_5^2}+\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{21}{50}}$

- يتحقق الحدث $(X=3)$ إذا سحبنا : (كرة حمراء من U_1 و 2كرات حمراء من U_2) :

إذن : $P(X=3)=\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{6}{50}=\boxed{\frac{3}{25}}$

يلخص قانون الاحتمال في الجدول التالي :

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{50}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{3}{25}$

- الأمل الرياضياتي : $E(X)=0\times\frac{3}{50}+1\times\frac{2}{5}+2\times\frac{21}{50}+3\times\frac{3}{25}=\boxed{1,6}$

- التباين : $V(X)=(0-1,6)^2\times\frac{3}{50}+(1-1,6)^2\times\frac{2}{5}+(2-1,6)^2\times\frac{21}{50}+(3-1,6)^2\times\frac{3}{25}=\square$

- الانحراف المعياري : $(X)=\sqrt{V(X)}=\square$

تمرين(10)

لدينا نردين D_1 و D_2 بحيث :

- وجوه النرد D_1 متساوية الاحتمال ، أربعة منها تحمل الرقم1 و اثنان يحملان الرقم 2 .

- وجوه النرد D_2 مرقم من 1 إلى 6 و احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم k هو $\frac{k}{21}$.

1) إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 2 .

2) إذا رمينا النردين معا فما هو احتمال ظهور الرقم 1 :

أ) مرة واحدة بالضبط .

ب) مرتين .

3) نرمي النردين معا وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد المرات التي يظهر فيها الرقم2 .

- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

حل التمرين(10)

1) لدينا وجهان يحملان الرقم2 من بين 6 أوجه إذن احتمال ظهور الرقم 2 إذا رمينا النرد D_1 مرة واحدة هو $\boxed{\frac{1}{3}}=\frac{2}{6}$.

2) احتمال ظهور الرقم1 D_1 هو $\frac{4}{6}=\boxed{\frac{2}{3}}$ ، واحتمال ظهور الرقم1 (D_2 هو $\boxed{\frac{1}{21}}$ (من أجل $k=1$)

أ) للحصول على الرقم 1مرة واحدة بالضبط عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم1 D_1 و رقم غير1 D_2) أو (رقم يختلف عن1 D_1 و الرقم 1 D_2)

و بالتالي احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{4}{6}\times\left(1-\frac{1}{21}\right)+\frac{1}{21}\times\frac{1}{3}=\frac{41}{63}$

ب) للحصول على الرقم 1 مرتين عند رمي D_1 و D_2 ، يجب أن يظهر:

(الرقم1 D_1 و رقم غير1 D_2) ، إذن : احتمال هذه الحادثة هو: $\frac{2}{3}\times\frac{1}{21}=\frac{2}{63}$

3) قانون الاحتمال :

لدينا القيم التي يأخذها X : 0 و 1 و 2

- يتحقق الحدث $(X=0)$ إذا لم يظهر الرقم2 في أي من النردين: $P(X=0)=\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)=\boxed{\frac{38}{63}}$

- يتحقق الحدث $(X=1)$ إذا ظهر الرقم2 مرة واحدة فقط :

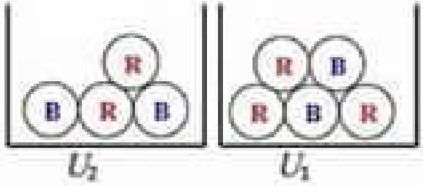
$$P(X=1)=\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{2}{21}\right)+\frac{2}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{23}{63}}$$

- يتحقق الحدث $(X=2)$ إذا ظهر الرقم2 في النردين معا : $P(X=2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{21}=\boxed{\frac{2}{63}}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$: $E(X)=0\times\frac{38}{63}+1\times\frac{23}{63}+2\times\frac{2}{63}=\boxed{\frac{3}{7}}$

تمرين(11)

يحتوي صندوق U_1 3 كرات حمراء و 2 كرات بيضاء و يحتوي صندوق U_2 2 كرات حمراء و 2 كرات بيضاء . نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق U_1 و نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_2 .



1) أحسب احتمال الحدثين :

A "سحب 3 كرات حمراء ".

B "سحب 3 كرات من نفس اللون ".

2) إذا اخترنا بطريقة عشوائية أحد الصندوقين و سحبنا منه عشوائيا كرة واحدة فوجدنا لونها أحمر ما هو احتمال أن تكون هذه الكرة مسحوبة من الصندوق U_1.

حل التمـــرين(11)

1) عدد الحالات الممكنة لسحب في آن واحد كرتين من U_1 و كرة واحدة من U_2 هو : $C_5^2\times C_4^1=\boxed{40}$

معناه سحب كرتين سوداوين من الصندوق U_1 .

A "سحب 3 كرات حمراء " معناه: 2 كرات حمراء من U_1 و كرة حمراء من U_2 .

$$P(A)=\frac{C_3^2\times C_2^1}{40}=\frac{6}{40}=\boxed{\frac{3}{20}}$$

B "سحب 3 كرات من نفس اللون " معناه

(2كرات بيضاء من U_1 $\boxed{\text{و}}$ كرة بيضاء من U_2) $\boxed{\text{أو}}$ (2كرات حمراء من U_1 $\boxed{\text{و}}$ كرة حمراء من U_2)

$$P(B)=\frac{C_2^2\times C_2^1}{40}+\frac{C_3^2\times C_2^1}{40}=\frac{8}{40}=\boxed{\frac{1}{5}}$$

تمرين(12)

تمرين(12)

ثلاث أكياس متماثلة U_1 U_2 و U_3 كل منها يحوي 06 كرات .

الكيس U_1 يحوي 2 كرتين بيضاوتين و 4 كرات حمراء .

الكيس U_2 يحوي 3 كرات بيضاء و 3 كرات حمراء .

الكيس U_3 يحوي 5 كرات بيضاء و 1 كرة حمراء .

نختار بطريقة عشوائية كيسا من الأكياس الثلاث ثم نسحب منه دون اختيار كرة واحدة .

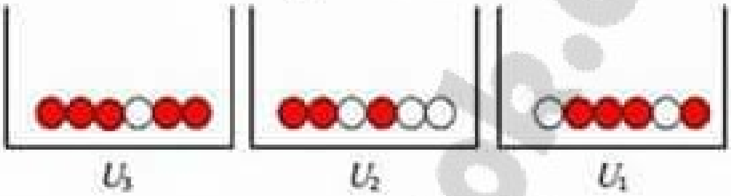
1) شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تنمذج هذه الوضعية .

2) أحسب احتمال سحب كرة بيضاء من الكيس U_3 .

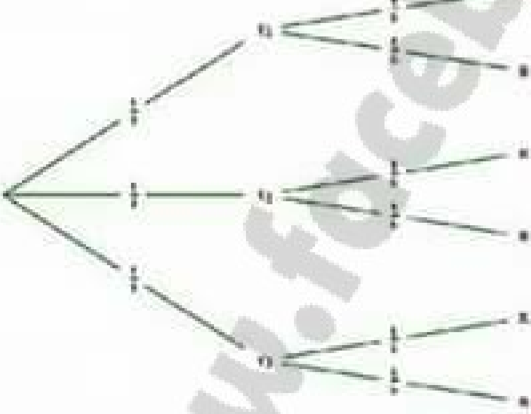
3) أحسب احتمال سحب كرة بيضاء.

4) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ما هو احتمال لن تكون من الكيس U_3 .

حل التمرين(12)



2) احتمال سحب كرة بيضاء من الكيس U_3 : $P(B\cap U_3)=\frac{1}{3}\times\frac{5}{6}=\boxed{\frac{5}{18}}$



3) أحسب احتمال سحب كرة بيضاء.

$$P(B)=P(B\cap U_1)+P(B\cap U_2)+P(B\cap U_3)$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{2}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{6}+\frac{1}{3}\times\frac{5}{6}=\boxed{\frac{10}{18}}$$

4) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ما هو احتمال

أن تكون من الكيس U_3 .

$$P_B(U_3)=\frac{P(B\cap U_3)}{P(B)}=\frac{\frac{5}{18}}{\frac{5}{9}}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

تمرين(13)

يحتوي كيس على 09 كرات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، منها 04 كرات بيضاء نرمز لها بالرمز B

تحمل الأرقام 1 2 3 3 و 05 كرات حمراء نرمز لها بالرمز R تحمل الأرقام 1 2 2 3 3 .

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة قبل سحب الكرة الثانية .

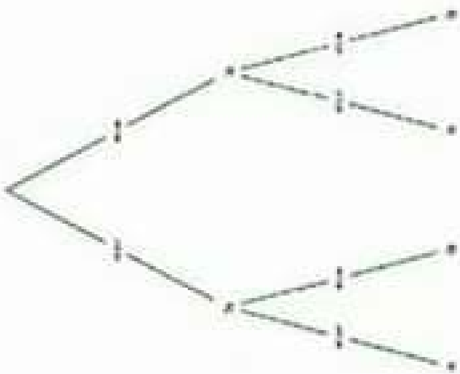
1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) : " الكرتان المسحوبتان بيضاويتان " .

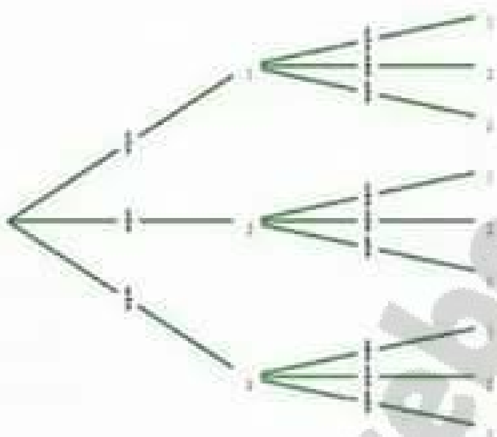
ب) : " إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء " .

ج) : " لا يظهر الرقم1 " .



حل التمرين(13)

أ) $P(\ \ ) = P(B \cap B) = \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \boxed{\frac{16}{81}}$



ب) $P(\ \ ) = P(B \cap R) + P(R \cap B)$

$= \frac{4}{9} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \boxed{\frac{40}{81}}$

$P(\ \ ) = \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} + \frac{3}{9} \times \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{9} + \frac{4}{9} \times \frac{4}{9}$

$= \boxed{\frac{49}{81}}$

تمرين(14)

يحتوي كيس على 06 كرات حمراء متماثلة لا نفرق بينها في اللمس ، تحمل الأرقام 1 1 1 1 0 0

و 08 كرات بيضاء الأرقام 1 0 0 0 1 1 1 1 .

ــ نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين في آن واحد بدون اختيار .

1) إذا كانت الكرتان تحملان الرقم 1 فما هو الاحتمال أن تكونا بيضاوان .

2) أحسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس اللون علما أنهما تحملان الرقم 1 .

حل التمـرين(14)

1) عدد الحالات الممكنة هو : $C_{14}^{2}=\boxed{91}$

A : " الحصول على كرتين تحملان الرقم1"

B : " الحصول على كرتين بيضاوين"

إذن : $A\cap B$ هي الحادثة " الحصول على كرتين بيضاوين و كرتين تحملان الرقم1"

لدينا : $P(A)=\dfrac{C_{9}^{2}}{C_{14}^{2}}=\boxed{\dfrac{36}{91}}$ و $P(A\cap B)=\dfrac{C_{5}^{2}}{C_{14}^{2}}=\boxed{\dfrac{10}{91}}$

و منه : $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{10}{91}}{\frac{36}{91}}=\boxed{\dfrac{5}{18}}$

2) C : " الحصول على كرتين من نفس اللون"

اذن $A\cap C$ هي الحادثة : " الحصول على كرتين من نفس اللون و كرتين تحملان الرقم1"

لدينا : $P(A\cap C)=\dfrac{C_{5}^{2}+C_{4}^{2}}{C_{14}^{2}}=\boxed{\dfrac{16}{91}}$ و منه : $P_A(C)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(A)}=\dfrac{\frac{16}{91}}{\frac{36}{91}}=\boxed{\dfrac{4}{9}}$

تمرين(15)

ينتج معمل مصابيح كهربائية بواسطة 3 آلات A و B و C حيث :

ــ تضمن الآلة A 20% من الإنتاج غير أن 5% من المصابيح غير صالحة .

ــ تضمن الآلة B 30% من الإنتاج غير أن 4% من المصابيح غير صالحة .

ــ تضمن الآلة C 50% من الإنتاج غير أن 1% من المصابيح غير صالحة .

1) نختار عشوائيا مصباحا كهربائيا . أحسب احتمال الحوادث التالية :

a " المصباح غير صالح و مصنوع بــ A "

b " المصباح غير صالح و مصنوع بــ B "

c " المصباح غير صالح و مصنوع بــ C "

2) أنشئ شجرة الاحتمالات .

3) استنتج أن يكون المصباح غير صالح .

4) أحسب احتمال أن يكون المصباح مصنوعا بــ A علما انه غير صالح .

حل التمرين(15)

1) ـــــ : I " المصباح غير صالح " ، A " المصباح مصنوع بـــ A "

B " المصباح مصنوع بـــ B " ، C " المصباح مصنوع بـــ C "

إذن: $a=A\cap I$ و $b=B\cap I$ و $c=C\cap I$

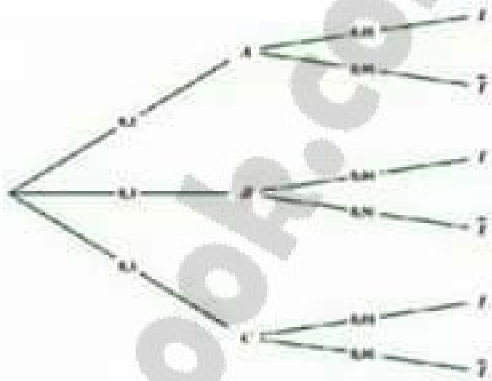
لدينا : $P(A)=0,2$; $P(B)=0,3$; $P(C)=0,5$

و منه : $P(A\cap I)=P(A)\times P_A(I)=0,2\times 0,05=0,01$

$$P(B\cap I)=P(B)\times P_B(I)=0,3\times 0,04=0,012$$

$$P(C\cap I)=P(C)\times P_C(I)=0,5\times 0,01=0,001$$

2) شجرة الاحتمالات:



3) $P(I)$: احتمال أن يكون المصباح غير صالح .

$$P(I)=P(A)\times P_A(I)+P(B)\times P_B(I)+P(C)\times P_C(I)$$
$$=0,01+0,012+0,005=\boxed{0,018}$$

4) $P_I(A)$: احتمال أن يكون المصباح مصنوعا بـــ A علما أنه غير صالح .

$$P_I(A)=\frac{P(A\cap I)}{P(I)}=\frac{0,001}{0,018}=\boxed{\frac{1}{18}}$$

تمرين(16)

في محل بيع الأدوات الكهرومنزلية تهتم بسلوك أحد الزبائن نحو شراء جهاز تلفزة و آلة غسيل .

احتمال أن يشتري جهاز تلفزة هو 0.6 .

احتمال أن يشتري آلة غسيل بعد شرائه جهاز تلفزة هو 0.4 .

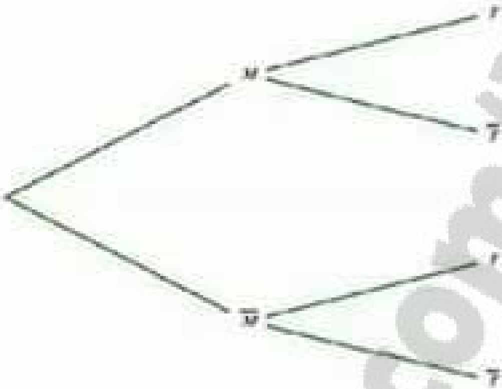
احتمال أن يشتري آلة غسيل عندما لا يشتري جهاز تلفزة هو 0.2 .

لتكن T الحادثة "الزبون يشتري جهاز تلفزة" و M الحادثة "الزبون يشتري آلة غسيل "

1) ما هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل .

2) ما هو احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل .

3) أكمل شجرة الاحتمالات التالية .



حل التمرين(16)

من المعطيات : $P(T)=0,6$ و منه: $P(\overline{T})=1-P(T)=0,4$

$P_T(M)=0,4$ و منه: $P_T(\overline{M})=1-P_T(M)=0,6$

$P_{\overline{T}}(M)=0,2$ و منه: $P_{\overline{T}}(\overline{M})=1-P_{\overline{T}}(M)=0,8$

1) $P(T\cap M)$ هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة و آلة غسيل :

لدينا : $P_T(M)=\dfrac{P(T\cap M)}{P(T)}$

و منه : $P(T\cap M)=P_T(M)\times P(T)=0,6\times 0,4=0,24$

2) $P(M)$ هو احتمال أن يشتري الزبون آلة غسيل :

لدينا من دستور الاحتمالات الكلية :

$$P(M)=P(T)\times P_T(M)+P(\overline{T})\times P_{\overline{T}}(M)=0,6\times 0,4+0,4\times 0,2=0,32$$

3) $P_M(T)$ هو احتمال أن يشتري الزبون جهاز تلفزة علما انه اشترى آلة غسيل :

$$P_M(T)=\frac{P(M\cap T)}{P(M)}=\frac{0,24}{0,32}=\boxed{0,75}$$

تمرين(17)

اقتطع 16 مسافر تذاكر في المحطة بحيث:

7 منهم يتوجهون إلى المحطة B المحطة بسعر 50 دينار للتذكرة الواحدة .

5 منهم يتوجهون إلى المحطة C المحطة بسعر 60 دينار للتذكرة الواحدة .

4 منهم يتوجهون إلى المحطة D المحطة بسعر 75 دينار للتذكرة الواحدة .

1) نختار عشوائيا واحدا من هؤلاء المسافرين ، و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مسافر

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي ثم الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

2) نختار عشوائيا ثلاثة من هؤلاء المسافرين

أ) أحسب احتمال أن يكون لهؤلاء المسافرين اتجاهات مختلفة .

ب) أحسب احتمال أن يكون اتجاه مسافر واحد على الأقل هو نحو المحطة B .

ج) ما هو احتمال أن يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة B علما أنهم في نفس الاتجاه .

حل التمرين(17)

أ) قانون الاحتمال : $P(X=50)=\frac{7}{16}$ $P(X=60)=\frac{5}{16}$ $P(X=70)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

X	50	60	70
$P(X)$	$\frac{7}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{4}{16}$

ب) الأمل الرياضياتي :

$$E(X)=50\times\frac{7}{16}+60\times\frac{5}{16}+70\times\frac{4}{16}=\boxed{59,375}$$

2) أ) عدد الحالات الممكنة لاختيار 3 مسافرين عشوائيا : $C_{16}^{3}=\boxed{560}$

E الحادثة : "للمسافرين الثلاثة لهم اتجاهات مختلفة" $P(E)=\frac{C_7^1\times C_5^1\times C_4^1}{560}=\boxed{\frac{1}{4}}$

ب) D الحادثة : " يكون اتجاه مسافر واحد على الأقل هو نحو المحطة B "

$$P(D)=\frac{C_7^1\times C_9^2+C_7^2\times C_9^1+C_7^3}{560}=\boxed{\frac{17}{20}}$$

F الحادثة : "للمسافرين الثلاثة لهم نفس الاتجاه" أي المحطة B أو المحطة C أو المحطة D

G الحادثة : "يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة B "

اذن $F\cap G$ "يكون اتجاه المسافرين الثلاثة نفس الاتجاه الى المحطة B "

لدينا : $P(F)=\dfrac{C_7^3+C_5^3+C_4^3}{560}=\boxed{\dfrac{7}{80}}$ و $P(F\cap G)=\dfrac{C_7^3}{560}=\boxed{\dfrac{1}{16}}$

$P_F(G)$ هي احتمال أن يكون اتجاه المسافرين الثلاثة هو المحطة علما أنهم مسافرين في نفس الاتجاه

$$P_F(G)=\frac{P(F\cap G)}{P(F)}=\boxed{\frac{5}{7}}$$

تمرين(18)

يحتوي وعاء على n كرة بيضاء(n عدد طبيعي) و 5كرات حمراء و 3 كرات خضراء .

نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين .

2) نرمز بـــ$P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

أ) اثبت أن : $P(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$.

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P(n)$. فسر النتيجة .

3) $n=4$:

يقوم لاعب بسحب كرتين في آن واحد ثم يرجعها الى الوعاء و يسحب كرتين أخرتين من الوعاء .

إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مبلغ قدره 30 دينار ومن أجل كل سحب يتحصل 40 دينار إن كانت الكرتان من نفس اللون ، و يتحصل على 5 دينار فقط إذا كانتا من لونين مختلفين .

نسمي ربحا لهذا اللاعب الفارق بين مجموع ما يتحصل عليه من السحبين و المبلغ الذي دفعه (يمكن أن يكون الربح موجبا أو سالبا).

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبين ربح هذا اللاعب .

أ) عين قيم للمتغير العشوائي X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

حل التمرين(18)

عدد الإمكانيات الكلية : $C_{n+8}^{2}=\boxed{\dfrac{(n+7)(n+8)}{2}}$

1) B الحادثة : "سحب كرتين من لون أبيض" : $P(B)=\dfrac{C_n^2}{C_{n+8}^2}=\boxed{\dfrac{n(n-1)}{(n+7)(n+8)}}$

2) أ) R الحادثة : "سحب كرتين من لون أحمر" $P(R)=\dfrac{C_5^2}{C_{n+8}^2}=\boxed{\dfrac{20}{(n+7)(n+8)}}$

V الحادثة : "سحب كرتين من لون أخضر: $P(V)=\dfrac{C_3^2}{C_{n+8}^2}=\boxed{\dfrac{6}{(n+7)(n+8)}}$

الأحداث B و R و V منفصلة مثنى مثنى و منه :

$$P(n)=P(B)+P(R)+P(V)=\frac{n(n-1)}{(n+7)(n+8)}+\frac{20}{(n+7)(n+8)}+\frac{6}{(n+7)(n+8)}$$

إذن : $P(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$

ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}P(n)=1$. معناه كلما كان عدد الكرات البيضاء كبير بالقدر الكاف

فإن الحادثة B : "سحب كرتين من لون أبيض" شبه أكيدة .

3) من أجل $n=4$: $P(4)=\dfrac{19}{66}$

أ) إذا تحصل اللعب كل كرتين من نفس اللون في السحبتين يكون: "$X=-30+40+40=50$"

إذا تحصل اللعب مرة واحدة كل كرتين من نفس اللون يكون: "$X=-30+40+5=15$"

إذا تحصل كل كرتين من لونين مختلفين في كلا السحبتين يكون: "$X=-30+5+5=-20$"

ب) $P(X=50)=P(4)\times P(4)=\dfrac{19}{66}\times\dfrac{19}{66}=\dfrac{361}{4356}$

$$P(X=15)=P(4)\times(1-P(4))+(1-P(4))\times P(4)=\frac{1786}{4356}$$

$$P(X=-20)=(1-P(4))\times(1-P(4))=\frac{2209}{4356}$$

X	50	15	-20
$P(X)$	$\dfrac{361}{4356}$	$\dfrac{1786}{4356}$	$\dfrac{2209}{4356}$

ج) $E(X)=50\times\dfrac{361}{4356}+15\times\dfrac{1786}{4356}-20\times\dfrac{2209}{4356}=\dfrac{5}{33}$

تمرين(19)

نعتبر مجموعة 10000 شخص نسبة الرجال فيها 60% ، علما أن 20%من الرجال و 10% من النساء لهم دراية بالإعلاميات . نختار عشوائيا شخص من هذه المجموعة .

1) شكل شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية

2) أحسب احتمال أن يكون هذا الشخص :

A " رجل له دراية بالإعلاميات "

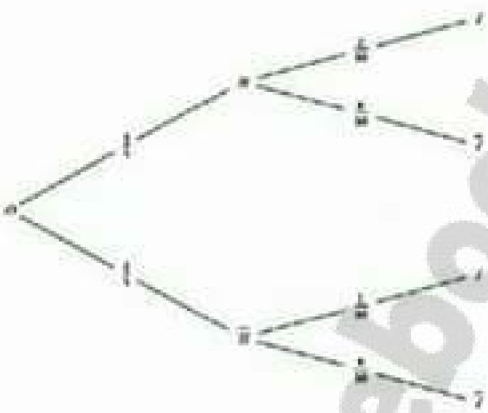
B " رجل لا دراية له بالإعلاميات "

C " امرأة له دراية بالإعلاميات "

D " امرأة لا دراية لها بالإعلاميات "

2) علما أن الشخص الذي تم اختياره له دراية بالإعلاميات ، ما احتمال أن يكون من بين النساء .

حل التمرين(19)



(1 $P(A)=P(H\cap I)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{10}=\frac{3}{25}$

$P(B)=P(H\cap\overline{I})=\frac{3}{5}\times\frac{8}{10}=\frac{12}{25}$

$P(C)=P(\overline{H}\cap I)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{25}$

$P(D)=P(\overline{H}\cap\overline{I})=\frac{2}{5}\times\frac{9}{10}=\frac{9}{25}$

(2 $P_I(\overline{H})=\frac{P(\overline{H}\cap I)}{P(I)}=\frac{P(C)}{P(A)+P(C)}=\boxed{\frac{1}{4}}$

تمرين(20)

يحتوي صندوق U_1 06 كرات بيضاء و 03 كرات سوداء و02 كرات حمراء .

نسحب بطريقة عشوائية ثلاث كرات في آن واحد من هذا الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بعدد الألوان التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة .

1) أحسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$.

2) نعتبر صندوق آخر U_2 02 كرات بيضاء وكرة سوداء .

نضع الكرات الثلاثة المسحوبة من U_1 في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد من U_2.

أحسب احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من U_2 بيضاوين علما أن الكرات الثلاثة المسحوبة من الكيس U_1 لها نفس اللون .

حل التمرين(20)

لتكن مجموعة إمكانيات هذه التجربة : $card\Omega = C_9^3 = 84$

1) B نرمز إلى اللون الأبيض و N نرمز إلى اللون الأسود و R نرمز إلى اللون الأحمر

- يكون $X = 2$ من اجل $B,B,\overline{B}$ أو $R,R,\overline{R}$ أو $N,N,\overline{N}$. ($\overline{B}$ غير بيضاء)

$$P(X=2)=\frac{C_4^2\times C_5^1+C_3^2\times C_6^1+C_2^2\times C_7^1}{84}=\boxed{\frac{55}{84}}$$

- يكون $X = 3$ من اجل B,N,R : إذن : $P(X=3)=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_2^1}{84}=\boxed{\frac{2}{7}}$

2) F الحادثة : "سحب كرتين بيضاوين من U_2 "

$$P_B(F)=\frac{P(F\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{C_4^3}{84}\times\frac{C_5^2}{C_6^2}+\frac{C_3^3}{84}\times\frac{C_2^2}{C_6^2}}{\frac{5}{84}}=\boxed{\frac{41}{75}}$$