المحاضرة السادسة

معاملات اللارتباط *correlation coefficient*

أولا . معامل الارتباط البسيط بيرسون *pearson correlation*

1. مدخل نظري مختصر حول معامل بيرسون

يمثل الارتباط أحد أهم أدوات التحليل الوصفي، يهدف الى معرفة ان كانت هناك علاقة بين متغيرين **مستقلين كميين x وy**، أو بين متغير مستقل ومتغير تابع، او بين مجموعة متغيرات مستقلة (xi) ومتغير تابع .(y) بشرط ان يكون كلا المتغيرين عشوائيين وتوزيعهما طبيعيا زوجيا في حالة زوج من المتغيرات ويدعى بالتوزيع الطبيعي متعدد المتغيرات في حالة العلاقة بين مجموعة متغيرات[1].

وتنحصر قيمة r بين قيمتين بالصيغة التالية: $-1 \leq r \leq +1$، وقد يتخذ معامل الارتباط r ثلاث حالات هي إما يأخذ وضعية طردية (قيمة موجبة) أي أنه كلما ازدادت قيمة xi ازدادت معه قيمة yi أو أن يأخذ وضعية عكسية (قيمة سالبة) أي كلما زادت قيمة xi نقصت قيمة yi. ويتم حساب معامل الارتباط البسيط r بالصيغة الرياضية التالية:

$$r = \frac{n(\Sigma xy) - (\Sigma x)(\Sigma y)}{\sqrt{[\, n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2 \,][\, n\Sigma y^2 - (\Sigma y)^2 \,]}}$$

2. مثال على تطبيق استخدام معامل الارتباط البسيط *r* في برنامج *spss*

سنفترض الجدول الموالي الذي يمثل متغيرين كميين هما الأجر *xi* والادخار *yi* لمجموعة من العمال مكونة من *10* أفراد والتي كالتالي:

[1] عبد الحميد عبد المجيد البلداوي، مرجع سابق، ص 172.

الدخل xi بالألف دينار	40	43	36	38	52	48	57	39	45	57
الإدخار yi بالألف دينار	10	11	8	10	14	11	16	11	13	17

المطلوب:

اختبار الفرضيتين التاليتين:

$H0$: لا توجد علاقة خطية بين قيم الدخل وقيم الادخار.

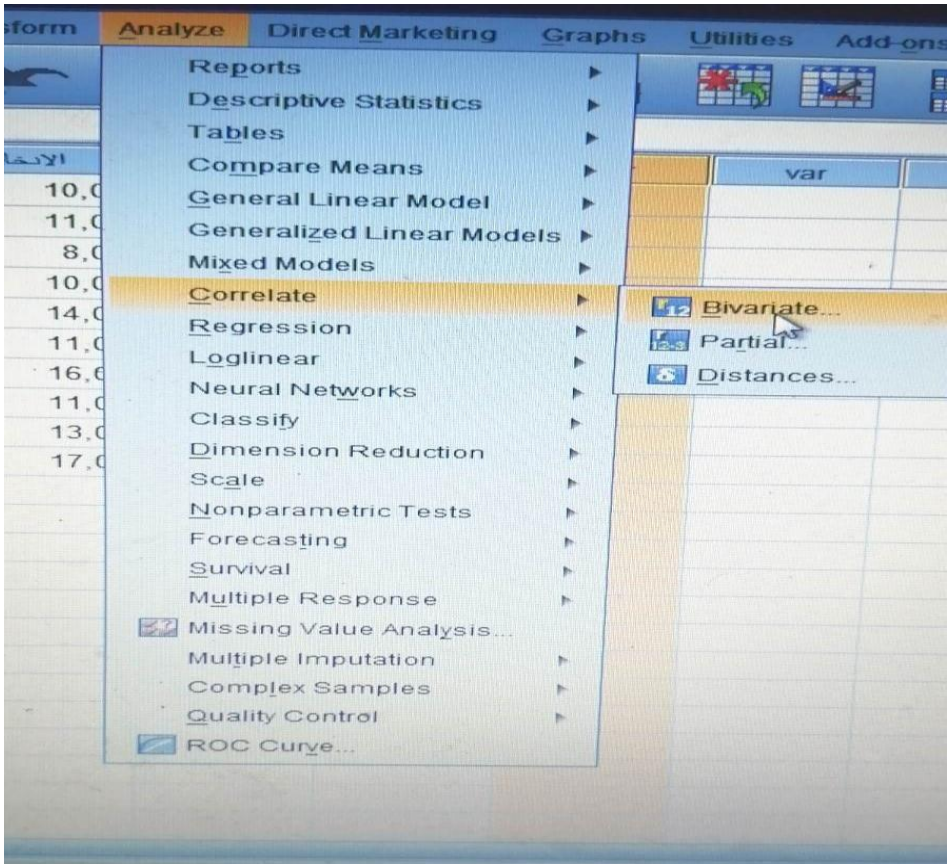
$H1$: توجد علاقة خطية بين قيم الدخل وقيم الادخار.

الحل:

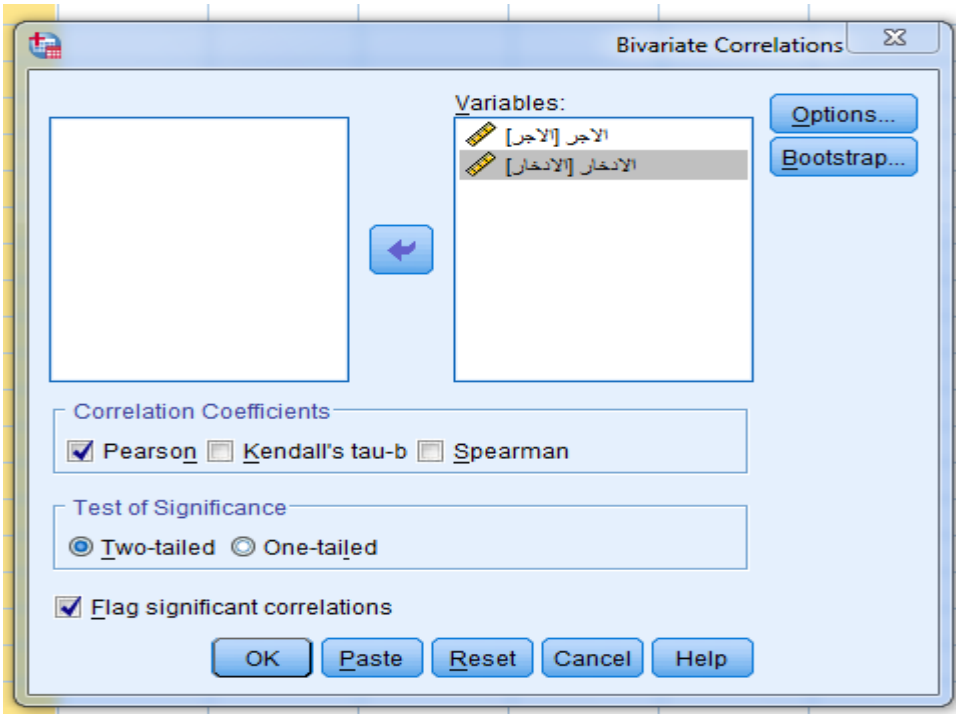
الطريقة الأولى :

1. نتبع الخطوات السابقة (التي تم التطرق إليها بالتفصيل في الاختبارات السابقة)في ادخال وتسمية المتغيرات في صفحة *Variable view* وادخال قيم الدخل والادخار في صفحة *data view*

2. نختار من قائمة *Analyze* الايعاز *correlate* ثم الأمر *Bivariate* **(الارتباط الثنائي)** حيث يتم نقل كلا المتغيرين إلى المربع كما هو مبين في الشكل التالي:



يظهر لنا جدول حواري بوسم *bivariate correlation*، نقوم من خلاله بإدخال المتغيرات في مربع *vaiable* ونضلل على الاختيار*peason* مع العلم أن الاختيارات الأخرى أي *kendalls tau-b* هو للبيانات الاسمية أما *spearman*فهو يختص بالبيانات الترتيبية. كذلك نقوم بتضليل الاختيار *two –tailed* أي أن الفرضية لها نهايتين حيث أننا لم نحدد طبيعة العلاقة بين المتغيرين. ثم نقوم نهاية بالضغط على *OK*



يظهر الجدول الموالي في صفحة *outputs* حيث يتضح من خلال هذا الجدول أن قيمة الارتباط البسيط *pearson correlation r* هو *0.941* وهي علاقة طردية قوية جدا بين قيمة الدخل وقيمة الادخار أي أنه كلما ازدادت أجور العمال ازدادت معها قيمة ادخارهم. إضافة إلى قيمة *r* تؤكد قيمة الدلالة *sig* والتي تساوي *0.000* والتي هي أقل من *0.05* أي أنها تؤكد على وجود علاقة بين متغير الادخار ومتغير الدخل.

Correlations

				الاجر	الادخار
الاجر	Pearson Correlation			1	,941**
	Sig. (2-tailed)				,000
	N			10	10
	Bootstrap[c]	Bias		0	-,011
		Std. Error		0	,058
		95% Confidence Interval	Lower	1	,755
			Upper	1	,988
الادخار	Pearson Correlation			,941**	1
	Sig. (2-tailed)			,000	
	N			10	10
	Bootstrap[c]	Bias		-,011	0
		Std. Error		,058	0
		95% Confidence Interval	Lower	,755	1

Upper	,988	1

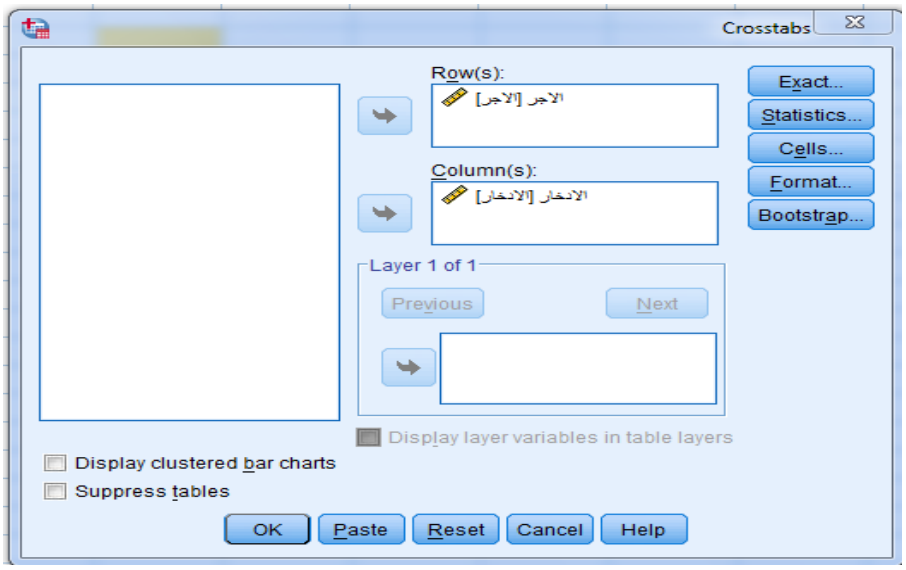
**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

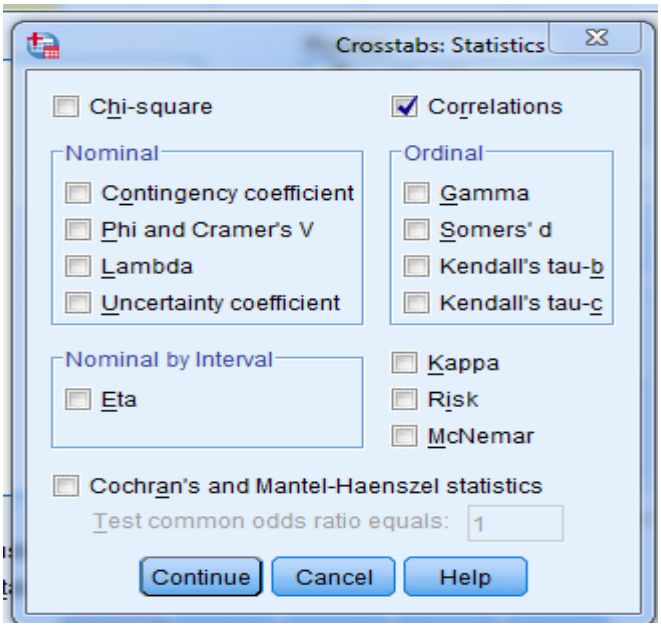
*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

c. Unless otherwise noted, bootstrap results are based on 1000 bootstrap samples

الطريقة الثانية:

بعد تسمية وترميز البيانات نختار من قائمة *Analyze* الأمر *descriptive statistics* ثم الأمر *crosstabs* ثم ندخل متغير الدخل في مربع *row* أما متغير الادخار فيتم إدخاله في مربع *columns* ثم نضغط على الأمر *statistics* ونظلل اختيار *correlation* فقط دون الاختيارات المقترحة لنحصل على نفس النتيجة في الجدول السابقة من صفحة الـ *Outputs* وهي الخطوات الموضحة في الأشكال التالية التالي :





Symmetric Measures

		Value	Asymp. Std. Error[a]	Approx. T[b]	Approx. Sig.
Interval by Interval	Pearson's R	,941	,036	7,886	,000[c]
Ordinal by Ordinal	Spearman Correlation	,926	,064	6,937	,000[c]
N of Valid Cases		10			

a. Not assuming the null hypothesis.

b. Using the asymptotic standard error assuming the null hypothesis.

()

ثانيا. معامل أرتباط الرتب سبيرمان *spearman correlation coefficient (rs)*

1. مختصر نظري حول معامل سبيرمان

يستخدم معامل ارتباط الرتب *speaman* لمعرفة قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين ترتيبيين أو حيث يصنف معامل ارتباط الرتب كبديل عن معامل الارتباط البسيط في حالة البيانات الترتيبية، حيث يتم حساب قيمة rs رياضيا من خلال العلاقة التالية:

$$rs = 1 - 6\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$

حيث يمثل d الفرق بين كل رتبة xi و رتبة yi ، أما n فهو عدد أفراد العينة .

تخضع قيمة معامل ارتباط الرتب لنفس تصنيف درجات الشدة واتجاه العلاقة في معامل الارتباط البسيط *pearson* أي أن قيمته تتراوح بين : $1+\leq rs\leq 1-$ ، وقد تكون ثلاثة حالات إما طردية (شدتها حسب قيمة rs)أو عكسية (شدتها حسب قيمة rs)أو لا توجد علاقة أي $rs=0$

2. مثال تطبيقي حول استخدام اختبار سبيرمان في برنامج *spss*

للتذكير فإن معامل الارتباط سبيرمان يشتغل على العينات المترابطة *paired samples* وكمثال على استخدام معامل سبيرمان في برنامج *spss* لنفترض أنه لدينا مجموعة من الطلبة جاءت علاماتهم في مادي الإحصاء و المنهجية كما هي في الجدول التالي :

الاحصاء	*11*	*05*	*07*	*14*	*16*	*12*	*13*	*4*	*11*	*15*
المنهجية	*10*	*8*	*10*	*13*	*14*	*10*	*14*	*7*	*13*	*16*

والمطلوب هو: هل هنالك فروق ذات دلالة إحصائية بين رتب الطلبة في الإحصاء ورتبهم في المنهجية

الحل:

1. بداية لا بد م طرح الفرضيتين الصفرية والبديلة:

H0 : ليس هنالك ارتباط بين رتب الطلبة في الإحصاء ورتبهم في المنهجية.

H1: هنالك ارتباط بين رتب الطلبة في الإحصاء ورتبهم في المنهجية

عند $\alpha=0.05$

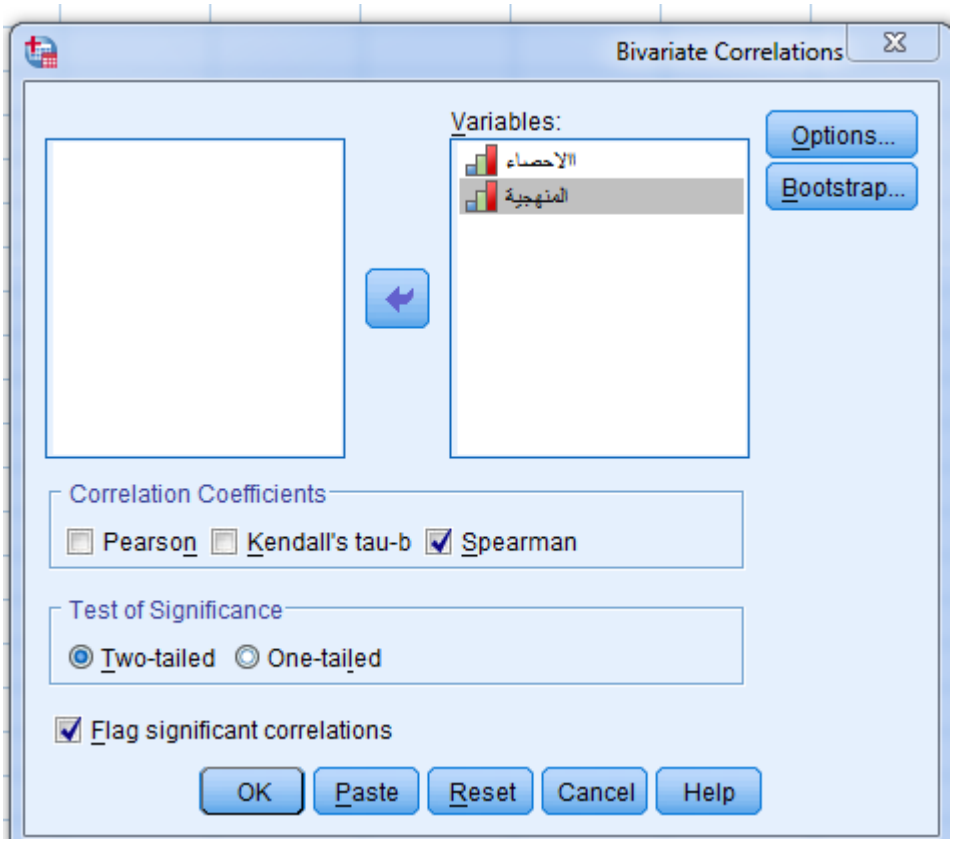
2. بما أن المطلوب هو تحديد إمكانية وجود فروق في الرتب فلا بد أولا من ترتيب العلامات تصاعديا بالشكل التالي :

الإحصاء Xi	*11*	*05*	*07*	*14*	*16*	*12*	*13*	*4*	*11*	*15*

الرتبة	4.5	2	3	8	10	6	7	1	4.5	9
المنهجية	10	8	10	13	14	10	14	7	13	16
الرتبة Yi	4	2	4	6.5	8.5	4	8.5	1	6.5	10

3. بعد تسمية المتغيرين والتي هي في هذا المثال الإحصاء *xi* والمنهجية *yi* في صفحة *variable view* ثم ادخال الترتيب (رتب المتغيرين) في صفحة *data view* مع تحديد نوع القيمة في *type* والتي يجب أن تكون *comma*. (يمكنك مراجعة الاشكال السابقة في كيفية إدخال البيانات وإختيار الأوامر حين استخدام معامل الارتباط البسيط)

4. نختار من قائمة *Analyze* ثم نختار الأمر *correlate* ثم الايعاز *Bivariate* ليظهر لنا الجدول الحواري الموسوم بـ *Bivariate correlations* ، حيث نقوم بنقل المتغيرين إلى مربع *variables* ونقوم بتظليل الاختيار *spearman* كما هو موضح في الشكل التالي



ثم نضغط على الأمر OK لتظهر النتائج في الجدول الموالي :

Correlations

			االاحصاء	المنهجية
Spearman's rho	االاحصاء	Correlation Coefficient	1,000	,895**
		Sig. (2-tailed)	.	,000
		N	10	10
	المنهجية	Correlation Coefficient	,895**	1,000
		Sig. (2-tailed)	,000	.
		N	10	10

**. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

يتضح من الجدول الظاهر في صفحة *outputs* القيم التالية: *Correlation Coefficient* لـ *spearmans rho* والذي يساوي *0.895* وهي قيمة تعني وجود ارتباط طردي قوي جدا بين المتغيرين . كذلك قيمة الدلالة *sig* والتي تساوي في هذه الحالة *0.000* وهي أقل من مستوى الخطأ *0.05* أي أننا سنرفض الفرضية الصفرية *H0* وسنقبل الفرضية البديلة *H1* والتي تقول بوجود ارتباط بين ترتيب الطلبة في مقياس الإحصاء و ترتيبهم في مقياس المنهجية وهو ارتباط قوي جدا.