اختبار (ت)

T- Test

اختبار (ت)

- أحد أهم الاختبارات الإحصائية وأكثرها استخداما في الأبحاث والدراسات التي تهدف للكشف عن دلالة الفروق الإحصائية بين متوسطي عينتين
- أمثلة:

١. الفرق بين متوسطي الذكور والإناث في الاختبار التحصيلي لمادة العلوم
٢. الفرق بين طريقتين من طرق التدريس (باستخدام الحاسب / الطريقة التقليدية)
٣. هل تحسن مستوى دافعية الطلاب بعد برنامج مخصص لرفع الدافعية عنه قبل البرنامج
٤. مدى فعالية برنامج تدريبي على خفض القلق (عادة يقاس مستوى القلق قبل البرنامج ثم بعده وقياس متوسط الفرق)
٥. معرفة مدى فعالية برنامج لزيادة (أو خفض) الوزن ....تحسب الأوزان قبل وبعد البرنامج
٦. الفرق في متوسط ذكاء التوائم (الفرق بين كل توأمين)
٧. الكشف عن متوسط مجتمع ما

شروط عامة في الاختبارات المعلمية (مثل اختبار ت وتحليل التباين)

- هناك مجموعة من الافتراضات أو الاشتراطات العامة لاستخدام الاختبارات المعلمية مثل اختبار ت او تحليل التباين

١. مستوى قياس المتغير التابع كمي (نسبي أو فئوي)

٢. المعاينة العشوائية: استخدام الأسلوب العشوائي في اختيار العينات

٣. استقلالية القياس أو المشاهدات

٤. التوزيع الاعتدالي للمتغير التابع

٥. تجانس التباين: تماثل تشتت درجات المجموعات.

أنواع اختبار (ت)

- تقوم فكرة اختبار (ت) على حساب نسبة انحراف فرق أي متوسطين من متوسطات التوزيع الإحصائي إلى الخطأ المعياري المصاحب.
- اختبار ت لعينة واحدة
- اختبار ت لعينتين مستقلتين
- اختبار ت لعينتين مرتبطتين

اختبار ت لعينة واحدة

- يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط عينة بقيمة مفترضة للمجتمع
- ويعبر عنها كالتالي

- $H_0: \mu = a$

- مثال:
- مقارنة متوسط تحصيل الطلاب في الرياضيات لدى عينة من الطلاب في إحدى مدارس مدينة الرياض بمتوسط تحصيل الطلاب العام في مدينة الرياض

السؤال: هل يختلف متوسط العينة عن المتوسط العام (٦٠)؟

$H_0: \mu = 60$

مثال لفحص فرضية حول معلمة مجتمع

- يستخدم اختبار ت لعينة واحدة لفحص فرضية حول معلمة المجتمع مثل ادعاء موظفي مؤسسة ما أن معدل ساعات العمل فيها يختلف عن المعدل العام لساعات العمل الأسبوعية والمحدد ب (٤٠ ساعة).
- لاختبار هذا الادعاء (الفرضية) نقوم بالتالي:
- صياغة الفرض الصفري والفرض البديل
- تحديد الاختبار المناسب لاختبار الفرضية الصفرية
- تحديد أعلى نسبة خطأ يسمح الباحث بها (مستوى الدلالة α)
- جمع المعلومات وإجراء الاختبار
- اتخاذ القرار

شروط استخدام اختبار ت لعينة واحدة

- أن يكون المتغير التابع مقاسا على المستوى الكمي
- أن يتبع المتغير التابع التوزيع الاعتدالي
- استقلالية المشاهدات
- العينة مختارة عشوائيا

- وللإجابة عن السؤال جمع الباحث بيانات عن عينة مكونة من ٨٠ عاملا في الشركة بالإضافة إلى عدد ساعات عمل كل منهم في الأسبوع الماضي.
- الفرض الصفري والفرض البديل

- $H_0: \mu = 40$
- $H_a: \mu \neq 40$

- مستوى الدلالة (α = ٠,٠٥)
- الاختبار ت للمجموعة الواحدة وقانونه:

$$t_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}}$$

- إجراء الاختبار واتخاذ القرار

- الجدول التالي يوضح بعض المعلومات عن العينة
- عدد أفراد العينة (٨٠)
- المتوسط ($\bar{X}$) يساوي ٤٧,٣٠
- الانحراف المعياري (S) يساوي ١٣,٦٥٩
- الخطأ المعياري ($SE_{\bar{X}}$) ويعني الانحراف المعياري للمتوسط كإحصاءة عن المعلمة ويحسب من المعادلة التالية: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$

ويساوي ١,٥٢٧

One-Sample Statistics

	N حجم العينة	Mean متوسط العينة	Std. Deviation الانحراف المعياري	Std. Error Mean الخطأ المعياري
Number of hours worked last week (ساعات العمل في الأسبوع الماضي)	80	47.30	13.659	1.527

- يتضح أن متوسط العينة لا يساوي ٤٠ (القيمة المفترضة) ولكن ما احتمالية أن تختلف القيمة التي حصلنا عليها للمتوسط (٤٧,٣) عن القيمة المفترضة (٤٠) فقط بسبب الخطأ العشوائي «عامل الصدفة)؟
- للإجابة عن هذا السؤال نستخدم اختبار ت لعينة واحدة
- قيمة اختبار ت تساوي (٤,٧٨)
- وتعني نسبة اختلاف متوسط العينة عن متوسط المجتمع المفترض إلى الاختلاف المتوقع في ضوء الصدفة فقط و هذه النسبة يصاحبها احتمالية أقل من ٥%
- القرار: في ضوء المعلومات أعلاه نرفض الفرض الصفري القائل أن متوسط المجتمع يساوي ٤٠
- هناك دلائل إحصائية كافية على أن متوسط المجتمع لا يساوي ٤٠ عند مستوى دلالة ٥%.

One-Sample Test

	Test Value = 40					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
Number of hours worked last week (ساعات العمل في الأسبوع الماضي)	4.780	79	0.000	7.300	4.26	10.34

اختبار ت لعينتين مستقلتين

- يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط عينتين مستقلتين (أي أن الأشخاص في المجموعة ١ ليسوا نفس الأشخاص في المجموعة ٢)
- ويعبر عنها كالتالي

- H_0: $\mu 1 = \mu 2$

أو

H_0: $\mu 1 - \mu 2 = 0$

مثال:

- مقارنة متوسط تحصيل الطلاب الذكور في مادة الرياضيات بمتوسط تحصيل الطالبات

السؤال: هل يختلف تحصيل الطلاب الذكور عن الإناث في مادة الرياضيات؟

H_1: $\mu 1 \neq \mu 2$

أو

H_1: $\mu 1 - \mu 2 \neq 0$

شروط استخدام اختبار ت للعينات المستقلة

- **الافتراضات:**
- أن يكون المتغير المستقل متغيرا تصنيفيا ذا مستويين اثنين (ذكر – أنثى أو متعلم –غير متعلم)
- استقلالية المجموعات (في حالة عدم تحقق هذا الشرط مثل عندما يقاس الشخص مرتين فنحتاج اختبار ت للعينات المرتبطة)
- توزيع المتغير التابع اعتدالي
- تباينات المتغير التابع للمجموعات متجانسة (يمكننا استخدام طريقة أخرى لحساب قيمة ت)
- العينات مختارة عشوائيا

- الخطوات الأساسية للاختبارات الإحصائية
- لاختبار هذا الادعاء (الفرضية) نقوم بالتالي:
- صياغة الفرض الصفري والفرض البديل
- تحديد الاختبار المناسب لاختبار الفرضية الصفرية
- تحديد أعلى نسبة خطأ يسمح الباحث بها (مستوى الدلالة α)
- جمع المعلومات وإجراء الاختبار
- اتخاذ القرار

مثال تطبيقي

- أراد باحث أن يدرس الفرق بين متوسط تحصيل الطلاب ومتوسط تحصيل الطالبات في اختبار مادة الرياضيات.

✓اختار العينات بشكل عشوائي (عينة من الذكور وعينة من الإناث وكل عينة لا تقل عن ٣٠)

✓وضع الفرض الصفري والفرض البديل

- $H_0: \mu1 = \mu 2$ أو $H_0: \mu1 - \mu2 = 0$
- $H_1: \mu1 \neq \mu 2$ أو $H_1: \mu1 - \mu2 \neq 0$

✓الاختبار المناسب هو اختبار ت للعينات المستقلة وقانونه:

$$t_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{X}_1-\bar{X}_2}}$$

✓ومستوى الدلالة الإحصائية α يساوي٥% (وتعني أعلى نسبة خطأ من النوع الأول يسمح الباحث بها)

✓جمع المعلومات واتخاذ القرار

الجدول أدناه يعطي مجموعة من الإحصاءات:

- عدد أفراد العينة الذكور (٥٦) والإناث (٤٤)
- متوسط عينة الذكور (٤٢,٥٥) ومتوسط عينة الإناث (٤٤,٠٩)
- الانحراف المعياري (S) لعينة الذكور (١٠,٩٧٦) والإناث (١١,٤٤٨)
- الخطأ المعياري لمتوسط الذكور($SE_{\bar{x}}$) يساوي (١,٤٦٧) والإناث (١,٧٢٦) ويعني الانحراف المعياري للمتوسط كإحصاءة عن المعلمة ويحسب من المعادلة التالية:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Group Statistics					
	Respondent's Sex	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Age of Respondent	Male	56	42.55	10.976	1.467
	Female	44	44.09	11.448	1.726

للتأكد من شرط تجانس التباين نستخدم اختبار ليفين (Levene’s Test)

- الفرض الصفري:

- $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

- الفرض البحثي:

- $H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

- من الجدول يتضح أن القيمة الاحتمالية لاختبار ليفين لتساوي التباينات للمجموعتين أكبر من α (٠,٠٥)
- وعليه نقبل الفرض الصفري القائل بتجانس تبايني المجتمعين

Independent Samples Test			
		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
Age of Respondent	Equal variances assumed	.047	.828
	Equal variances not assumed		

الجدول التالي يوضح نتائج اختبار ت للعينات المستقلة

- قيمة اختبار ت تساوي (٦,٨٢) وتعني نسبة الاختلاف المشاهد بين متوسطات العينات إلى الاختلاف المتوقع نتيجة الصدفة (الخطأ العشوائي). *قمنا بقراءة النتائج في الصف الأول لأننا لم نستطع رفض الفرض الصفري لتجانس التباين. ولو كنا رفضناه لاستخدمنا الصف الثاني.
- القيمة الاحتمالية المصاحبة لقيمة (ت) تساوي ٠,٤٩٧ وهي أكبر من مستوى الدلالة (٠,٠٥).
- القرار: لا توجد دلائل إحصائية كافية على وجود فروق بين متوسط تحصيل الطلاب و ومتوسط تحصيل الطالبات في مادة الرياضيات

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means		
		t	df	Sig. (2-tailed)
Age of Respondent	Equal variances assumed	-.682-	98	.497
	Equal variances not assumed	-.679-	90.595	.499

اختبار ت لعينتين مرتبطتين

- يستخدم هذا الاختبار في مقارنة متوسط **<u>عينتين مرتبطتين</u>** (مثل أن يكون الأشخاص في المجموعة ١ هم نفس الأشخاص في المجموعة ٢)
- ويعبر عنها كالتالي

- H_0: μ1 = μ 2

أو

H_0:d = μ1 - μ2 = 0

<u>مثال:</u>

- مقارنة متوسط قلق الطلاب قبل البرنامج الإرشادي بمتوسط قلقهم بعد المشاركة في البرنامج

السؤال: هل يختلف مستوى قلق الطلاب بعد المشاركة في البرنامج عنه قبل المشاركة؟

H_1: μ1 ≠ μ 2

أو

H_1: μ1 – μ2 ≠ 0

شروط استخدام اختبار ت لعينتين مرتبطتين

- أن يكون المتغير المستقل متغيرا تصنيفيا ذا مستويين اثنين (ذكر – أنثى أو متعلم –غير متعلم)
- أن يتبع توزيع الفروق التوزيع الاعتدالي
- أن يكون المتغير التابع مقاسا على المستوى الكمي
- العينة مختارة عشوائيا

مثال تطبيقي

- أراد باحث أن يدرس الفرق بين متوسط قلق الطلاب قبل البرنامج الإرشادي ومتوسط قلقهم بعد المشاركة في البرنامج

✓اختار العينة بشكل عشوائي

✓وضع الفرض الصفري والفرض البديل

الفرض الصفري يساوي صفر ويسقط من المعادلة

- $H_0: \mu 1 = \mu 2$ أو $H_0: \mu 1 - \mu 2 = 0$ أو $H_0: u_d = 0$
- $H_1: == 0 \neq \mu 2$ أو $H_1: \mu 1 - \mu 2 \neq 0$ أو $H_0: u_d \neq 0$

✓الاختبار المناسب هو اختبار ت للعينات المرتبطة وقانونه:

$$t = \frac{\overline{X}_D - \mu_0}{s_D / \sqrt{n}}.$$

يشير إلى متوسط الفروق

✓ومستوى الدلالة الإحصائية α يساوي5% (وتعني أعلى نسبة خطأ من النوع الأول يسمح الباحث بها)

✓جمع المعلومات واتخاذ القرار

نتيجة اختبار ت لعينتين مرتبطتين

يهمنا من الجدول التالي **<u>قيمة اختبار ت والقيمة الاحتمالية المصاحبة</u>**

قيمة ت تساوي هنا 9.914 والاحتمالية المصاحبة لها تساوي 0.000 وهي أقل من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: رفض الفرض الصفري القائل بتساوي المتوسطات.

السبب أن القمية الاحتمالية أقل من ٥%

Paired Samples Test

I		Paired Differences			
		95% Confidence Interval of the Difference			
		Lower	Upper	t	Sig. (2-tailed)
Pair 1	Stuents' attitudes before the program - Students' attitudes after the parogram	7.01299	10.57901	9.914	.000

تعليق عام على كيفية اتخاذ القرارات والأخطاء المصاحبة

إذا كانت القيمة الاحتمالية (p-value, or sig) أقل من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: رفض الفرض الصفري أيا كان و السبب أن القيمة الاحتمالية أقل من ٥%

إذا كانت القيمة الاحتمالية (p-value, or sig) أكبر من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: قبول الفرض الصفري أيا كان و السبب أن القيمة الاحتمالية أكبر من ٥%

تفسير القيم:

الحالة	الدلالة والتفسير	الخطأ المحتمل
إذا كانت القيمة الاحتمالية أقل من 05.	فبإمكاننا القول أن هناك فرق ذو دلالة إحصائية بين المتوسطين	الخطأ من النوع الأول α
إذا كانت القيمة الاحتمالية أكبر من 05.	فبإمكاننا القول أنه لا توجد فرق ذو دلالة إحصائية بين المتوسطين	الخطأ من النوع الثاني β

تطبيق على اخطاء القرار (الخطأ من النوع الأول α)

يهمنا من الجدول التالي **القيمة الاحتمالية المصاحبة**

القيمة الاحتمالية المصاحبة تساوي 0.000 وهي أقل من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: رفض الفرض الصفري القائل بتساوي المتوسطات.

السبب أن القيمة الاحتمالية أقل من ٥%

وعليه إما أننا:

١. رفضنا والواجب الرفض"☑"

وبالتالي قرار صائب

٢. أو رفضنا والواجب القبول "☒"

خطأ من النوع الأول α

Paired Samples Test

		Paired Differences		t	Sig. (2-tailed)
		95% Confidence Interval of the Difference			
		Lower	Upper		
Pair 1	Stuents' attitudes before the program - Students' attitudes after the parogram	7.01299	10.57901	9.914	.000

تطبيق على اخطاء القرار (الخطأ من النوع الثاني β)

يهمنا من الجدول التالي **القيمة الاحتمالية المصاحبة**

القيمة الاحتمالية المصاحبة تساوي 0.497 وهي أكبر من مستوى الدلالة (0.05)

القرار: قبول الفرض الصفري القائل بعدم وجود فرق بين المتوسطات.

السبب أن القيمة الاحتمالية أكبر من ٥%

وعليه إما أننا:

١. قبلنا الفرض الصفري والواجب القبول "☑"

وبالتالي قرار صائب

٢. أو قبلنا والواجب الرفض"☒"

خطأ من النوع الثاني β

Independent Samples Test				
		t-test for Equality of Means		
		t	df	Sig. (2-tailed)
Age of Respondent	Equal variances assumed	-.682-	98	.497