

مقاييس النزعة المركزية والتشتت

أولاً-مقاييس النزعة المركزية:

هي المقاييس التي تبحث في تقدير قيمة تتمركز حولها القيم، من أهم هذه المقاييس الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، ويتم التركيز في هذه المحاضرة على الوسط الحسابي فقط.

1-الوسط الحسابي:

هو عبارة عن حاصل قسمة مجموع قيم المشاهدات على عددها، أي هو معدل المشاهدات في التوزيع.

2-خصائص الوسط الحسابي: وتتمثل في:

-أكثر المقاييس استخداماً.

-قابل للعمليات الجبرية ولا يمكن حسابه بيانياً.

-يتأثر بالقيم المتطرفة.

-لا يمكن حسابه في جداول تكرارية مفتوحة من البداية والنهاية (لأنه في هذه الحالة يعتمد على مراكز الفئات).

3-طريقة حساب الوسط الحسابي:

3-1-حساب الوسط الحسابي لسلسلة بسيطة:

يتم حسابه وفقاً للقانون التالي:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{N}$$

حيث أن:

X_i : قيم المشاهدات

N : عدد المشاهدات

3-2- حساب الوسط الحسابي لجدول تكراري بسيط:

يتم حسابه وفقا للقانون التالي:

$$\bar{X} = \frac{\sum ni \cdot Xi}{N}$$

حيث أن:

ni: تكرار القيم

Xi: قيم المشاهدات

N: عدد المشاهدات

3-3- حساب الوسط الحسابي لجدول ذو فئات:

يتم حسابه وفقا للقانون التالي:

$$\bar{X} = \frac{\sum ni \cdot Xc}{N}$$

حيث أن:

ni: التكرار المقابل لكل فئة

Xc: مركز الفئة

N: عدد المشاهدات (مجموع التكرارات)

ثانيا-مقاييس التشتت:

تستخدم مقاييس التشتت لقياس إنتشار قيم المشاهدات حول نقطة التمرکز (\bar{X})، فالمقصود بالتشتت هو التباعد الموجود بين قيم المشاهدات التابعة لمتغير ما عن وسطها الحسابي.

1-التباين:

هو الوسط الحسابي لمربعات إنحرافات القيم Xi عن وسطها الحسابي \bar{X} .

✓ في حالة جدول دون فئات:

يتم حسابه كما يلي:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum ni(xi - \bar{X})^2}{N}$$

أو

$$\delta_x^2 = \frac{\sum ni \cdot xi^2}{N} - \bar{X}^2$$

✓ في حالة جدول ذو فئات:

يتم حسابه كما يلي:

$$\delta_x^2 = \frac{\sum ni(xc - \bar{X})^2}{N}$$

أو

$$\delta_x^2 = \frac{\sum ni \cdot xc^2}{N} - \bar{X}^2$$

2- الإنحراف المعياري:

يعتبر من أكثر المقاييس انتشاراً، وهو الجذر التربيعي للتباين.

ويتم حسابه كما يلي:

$$\delta_x = \sqrt{\delta_x^2}$$

أي

$$\delta_x = \sqrt{\frac{\sum ni(xi - \bar{X})^2}{N}}$$

- في حالة جدول دون فئات:

يتم حسابه كما يلي:

$$\delta_x = \sqrt{\frac{\sum ni(xi - \bar{X})^2}{N}}$$

- في حالة جدول ذو فئات:

يتم حسابه كما يلي:

$$\delta_x = \sqrt{\frac{\sum ni(xc - \bar{X})^2}{N}}$$

3-معامل الإختلاف النسبي:

هو نسبة الإنحراف المعياري إلى الوسط الحسابي، وهو مقياس لقياس التغير النسبي على شكل نسب مئوية، فهو أحسن وأقوى مقياس لمقارنة التشتت بين المجموعات حتى وإن كانت وحدات القياس مختلفة.

$$cd \% = \frac{\delta_x}{|\bar{X}|} . 100\%$$

ولتفسير النتائج يوجد أربعة مجالات كما يلي:

المجال الأول: (cd% < 30 %) تشتت ضعيف جدا

المجال الثاني: (30% ≤ cd% < 50%) تشتت معتبر

المجال الثالث: (50% ≤ cd% < 80%) تشتت كبير

المجال الرابع: (80% ≤ cd% ≤ 100%) تشتت كبير جدا

تمرين 01: لديك سلسلة إحصائية لأوزان الطلبة كما يلي:

52.4-49.9-63.7-62.2-60.5-55.8

المطلوب:

1- حدد المجتمع الإح، الوحدة الإح، المتغير الإح ونوعه؟

2- أحسب الوسط الحسابي؟

الحل:

1- المجتمع الإح: الطلبة ، الوحدة الإح: طالب، المتغير الإح: الوزن، نوعه: كمي مستمر.

2- حساب الوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{N} = \frac{344.5}{6} = 57.416 \approx 57.42$$

متوسط أوزان الطلبة هو 57.42 كغ.

تمرين 02: لديك جدول تكراري لعلامات الطلبة في مادة الإحصاء كما يلي:

| Xi | Ni |
|-----------|-----------|
| 10 | 4 |
| 11 | 1 |
| 12 | 6 |
| 13 | 3 |
| 14 | 2 |
| 15 | 4 |
| Σ | 20 |

المطلوب:

- 1- حساب الوسط الحسابي؟
- 2- حساب الانحراف المعياري؟
- 3- حساب معامل الاختلاف وفسره؟

الحل:

1- حساب الوسط الحسابي:

| Xi | ni | ni.xi | $Xi - \bar{X}_i$ | $(Xi - \bar{X}_i)^2$ | $ni(Xi - \bar{X}_i)^2$ |
|-----------|-----------|--------------|------------------------------------|--|--|
| 10 | 4 | 40 | -2.5 | 6.25 | 25 |
| 11 | 1 | 11 | -1.5 | 2.25 | 2.25 |
| 12 | 6 | 72 | -0.5 | 0.25 | 1.5 |
| 13 | 3 | 39 | 0.5 | 0.25 | 0.75 |
| 14 | 2 | 28 | 1.5 | 2.25 | 4.5 |
| 15 | 4 | 60 | 2.5 | 6.25 | 25 |
| Σ | 20 | 250 | / | / | 59 |

$$\bar{X} = \frac{\sum ni \cdot Xi}{N} = \frac{250}{20} = 12.5$$

متوسط علامات الطلبة في مادة الإحصاء هو 12.5.

2- حساب الانحراف المعياري:

$$\delta_x = \sqrt{\delta_x^2}$$

$$\delta_x^2 = \frac{\sum ni(xi - \bar{X})^2}{N} = \frac{59}{20} = 2.95$$

$$\delta_x = \sqrt{\delta_x^2} = \sqrt{2.95} = 1.171 \approx 1.17$$

3- حساب معامل الاختلاف:

$$cd \% = \frac{\delta_x}{|\bar{X}|} \cdot 100\% = \frac{1.17}{|12.5|} \cdot 100\% = 9.36\%$$

تشنت علامات الطلبة هو 13.76، والقيمة تنتمي إلى المجال الأول (cd% < 30 %)، بالتالي

تشنت علامات الطلبة ضعيف جدا

تمرين 03: لديك جدول تكراري والذي يوضح التوزيع التكراري لفئات الدخل الشهري (10³ دج) لعينة من الأسر كما يلي:

| Xi | Ni |
|-----------|-----------|
| [62-66[| 3 |
| [66-70[| 8 |
| [70-74[| 20 |
| [74-78[| 21 |
| [78-82[| 14 |
| [82-86[| 10 |
| [86-90[| 4 |
| Σ | 80 |

المطلوب:

- 1- حساب الوسط الحسابي؟
- 2- حساب الإنحراف المعياري؟
- 3- حساب معامل الاختلاف وفسره؟

الحل:

1- حساب الوسط الحسابي:

| Xi | ni | Xc | ni.xi | Xc-\bar{X}i | (Xc-\bar{X}i)² | ni(Xc-\bar{X}i)² |
|-----------|-----------|-----------|--------------|---------------------------------|---|---|
| [62-66[| 3 | 64 | 192 | -12.05 | 145.20 | 435.6 |
| [66-70[| 8 | 68 | 544 | -8.05 | 64.80 | 518.4 |
| [70-74[| 20 | 72 | 1440 | -4.05 | 16.40 | 328 |
| [74-78[| 21 | 76 | 1596 | -0.05 | 0.0025 | 0.05 |
| [78-82[| 14 | 80 | 1120 | 9.95 | 15.60 | 218.4 |
| [82-86[| 10 | 84 | 840 | 7.95 | 63.20 | 632 |
| [86-90[| 4 | 88 | 352 | 11.95 | 142.80 | 571.2 |
| Σ | 80 | / | 6084 | / | / | 27.03.66 |

$$\bar{X} = \frac{\sum ni.Xc}{N} = \frac{6084}{80} = 76.05$$

متوسط علامات الطلبة في مادة الإحصاء هو 76.05 (10³) د.ج.

2- حساب الإنحراف المعياري:

$$\delta_x = \sqrt{\delta_x^2}$$

$$\delta_x^2 = \frac{\sum ni(xc - \bar{X})^2}{N} = \frac{2703.66}{80} = 33.79$$

$$\delta_x = \sqrt{\delta_x^2} = \sqrt{33.79} = 5.81$$

3- حساب معامل الاختلاف:

$$cd \% = \frac{\delta_x}{|\bar{X}|} \cdot 100\% = \frac{5.81}{|76.05|} \cdot 100\% = 7.63\%$$

تشنت علامات الطلبة هو 7.63، والقيمة تنتمي إلى المجال الأول (cd% < 30 %)، بالتالي تشنت علامات الطلبة ضعيف جدا