الفصل الرابع

أساسيات الإحصاء الحيوي: المفاهيم والأدوات

Basic biostatistics: concepts and tools

أو. ديل ويليامز O. Dale Williams

الرسائل الأساسية

- **أساسيات علم الوبائيات يتطلب معلومات حول الإحصاء الحيوي**
- **الجداول جيدة النوعية والمخططات توفر وسائل فعالة لإيصال المعطيات**
- **تعتبر فترات الثقة أدوات تقديرية قيمة ويمكن استخدامها لاختبار الفرضيات**
- **بالرغم من إمكانية تعقيد الحسابات، فإن المفاهيم الضمنية للاختبارات الإحصائية تكون في أغلب الأحيان في غاية البساطة.**

هناك حاجة إلى مفاهيم وأدوات الإحصاء الحيوي لتلخيص وتحليل المعطيات.[1-5] يتطلب إجراء البحوث الوبائية وتفسيرها استخدام عينات استدلال حول المجموعات السكانية. يصف هذا الفصل المفاهيم والطرائق الأساسية، وكيفية تلخيص المعطيات.

في حالة حاجة الطلبة لمزيد من التفاصيل حول هذه المفاهيم الأساسية، يتوفر العديد من المناهج والنصوص المجانية على شبكة الإنترنت؛ انظر الفصل الحادي عشر للتعرف على بعض المقترحات.

قبل وصف المفاهيم والأدوات الأساسية، من المفيد التعود على الطرائق المتنوعة المعنية بتفسير وإيصال المعطيات. يقصد هذا القسم تقديم السبل الأكثر شيوعاً لاختصار المعطيات: تستخدم الأمثلة في الفصول الأخرى لتوضيح المبادئ العامة.

اختصار المعطيات Summarizing data

توجد المعطيات إما كمتغيرات رقمية أو فئوية.

- المتغيرات الرقمية تشمل الأعداد، مثل عدد الأطفال في عمر معين،

والقياسات مثل الطول والوزن.

• تنجم المتغيرات الفئوية عن التصنيف. على سبيل المثال، يمكن تصنيف الأفراد في فئات وفقاً لفصيلة دمهم: A،B، O، أو AB. تعتبر المعطيات الترتيبية، التـي تعبر عن المرتبة، نمطاً من المعطيات الفئوية.

يمكن استخدام الجداول والمخططات لاختصار المعطيات. الأرقام المختصرة تشمل الوسيط، المتوسط، والمجال، والانحراف المعياري، والأخطاء المعيارية، والتفاوت، وجميعها موضحة لاحقاً، بالإضافة إلى المقترحات والاحتياطات لاستخداماتها الملائمة.

الجداول والمخططات Tables and graphs

تعتبر الجداول والمخططات وسائل هامة لاختصار وعرض المعطيات، لكن نادراً ما تعد بعناية كافية. الغرض من الجداول والمخططات هو عرض المعطيات بأسلوب سريع وسهل الفهم. *يجب أن يحتوي كل جدول أو مخطط على معلومات كافية بحيث يمكن تفسيرها دون الرجوع إلى النص.*

تلعب العناوين دوراً خطيراً في جعل الجدول أو المخطط مفيداً للقارئ. يجب أن تصف العناوين بصفة خاصة الأرقام المختصرة في خلايا الجدول أو تُمَثّل بالنقاط المرسومة على المخطط. بالنسبة للجداول، يجب أن يصرح العنوان بوضوح عما تمثله الأرقام الموجودة في الخلايا، وكيفية تصنيف الخلايا، ومكان ووقت جمع المعطيات. المشكلة الشائعة هي تصريح العنوان بالغرض من الجدول أو المخطط بدلاً من وصف ما يحتويه.

يجب على اختصاصيي الوبائيات في أغلب الأحيان أن يقرروا كيفية عرض المعطيات وأن يختاروا إما الجدول أو المخطط. بينما يتشاطر الإثنان بعض الملامح المشتركة، فمن المحتمل أن يكون أحدهما أنسب من الآخر في حالات معينة (الإطار 1.4).

هناك أنماط متعددة للمخططات يجب أن تؤخذ في الاعتبار. فيما يلي بعض المخططات الأكثر شيوعاً، مع بعض الإرشادات لاستخدامها.

الإطار 1.4 مزايا المخططات بالنسبة للجداول

مزايا المخططات هي:

• البساطة والوضوح
• صور مرئية لا تُنسَى
• قادرة على توضيح العلاقات المعقدة

كما أنها تركز على الأرقام وتميل إلى الشعبية، كما ثبت بالدليل باستخدامها في المطبوعات العامة حيث يندر استخدام الجداول.

مزايا الجداول هي:

• عرض المعطيات الأكثر تعقيداً بدقة ومرونة
• تحتاج إلى إعداد أقل للمهارات التقنية أوالمرافق
• تستخدم مساحة أقل لعرض كمية معينة من المعلومات.

الإطار 2.4 مخطط الصحة العالمية

يبين مخطط الصحة العالمية (http://www.gapminder.org/) التنمية الصحية العالمية بواسطة سلسلة من المخططات التفاعلية المرتبطة بالمعطيات الموجودة. صُمِّمت هذه المخططات لتعزيز الاستخدام الأفضل لهذه المعطيات، والإبلاغ عن الجهود المؤيدة والحث على ظهور الفرضيات. تبين المخططات النزعات الزمنية بأسلوب ديناميكي، يشبه ألعاب الكمبيوتر. يساعد مخطط الصحة العالمية في الإجابة على الأسئلة مثل:

- كيف ترتبط الصحة والثروة تاريخياً؟
- هل أصبح العالم أكثر صحة خلال الـ 50-100 سنة السابقة؟
- كيف تغيرت الاختلافات في الصحة بين البلدان؟

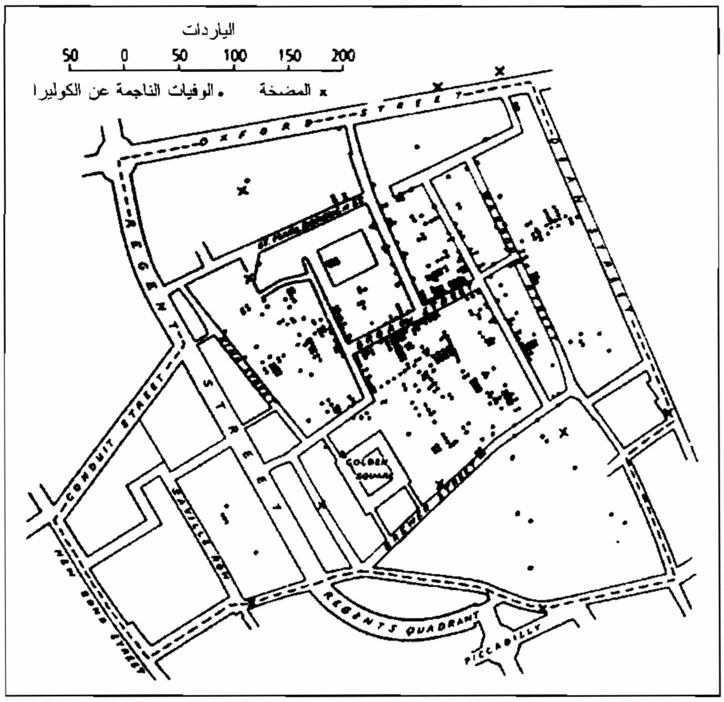
المخططات الدائرية والمخططات الشريطية للمكونات
Pie charts and component band charts

المخططات الدائرية (الشكل 2.6) والمخططات الشريطية للمكونات (الشكل 3.2) تعرض كيفية تقسيم كيان كامل إلى أجزائه. يمثل المخطط الدائري هذه المعلومة على شكل دائرة ويمثلها المخطط الشريطي للمكونات على شكل عمود، يُقَسَّم كلاهما إلى أقسام تمثل المكونات المختلفة. بالنسبة للمخططات الدائرية، تكون القاعدة المفيدة هي وضع قطع الدائرة مرتبة وفقاً لحجمها، بداية بما يكافئ الساعة 12 ثم التقدم مع عقرب الساعة. بشكل عام، من الأفضل استخدام المخططات الشريطية للمكونات لمقارنة كيفية تقسيم كيانين كاملين أو أكثر إلى أجزائها المكونة، عن استخدام ووضع المخططات الدائرية جنباً إلى جنب.

الخرائط البقعية وخرائط المعدلات Spot maps and rate maps

تعرض الخرائط البقعية وخرائط المعدلات المواقع الجغرافية للحالات أو المعدلات. استخدم جون سنو John Snow هذه الخريطة البقعية spot map لعرض مكان حدوث حالات الكوليرا المرتبطة بالمضخة الشهيرة (الشكل 1.4). تختلف خرائط المعدلات rate maps اختلافاً بسيطاً وهو تظليل المناطق الجغرافية وفقاً للاختلافات في القيم؛ في أغلب الأحيان تُعرَض معدلات الانتشار أوالوقوع أو الوفيات على خرائط المعدلات. تظلل بشكل نمطي المناطق ذات المعدلات الأعلى بالظلال الأغمق أو بالألوان البراقة (الشكل 2.4).

الشكل 1.4 الوفيات الناجمة عن الكوليرا في وسط لندن، سبتمبر 1854[7,6]



تستخدم الخرائط والمخططات والأطلس لعرض المعطيات على كلا الشكلين الساكن (الاستاتيكي)، مثل أطلس الصحة النفسية وأطلس التبغ وأطلس السرطان، والشكل التفاعلي (الإطار 3.4)، لكنهما لن يناقشا في هذا الفصل. يمكن أن تجد المنهج المجانـــي لاستخدام الخرائط التفاعلية المعتمدة على المعطيات من تقرير التنمية البشرية على الإنترنت على الموقع الإلكترونـــي التالي: http://hdr.undp.org/statistics/data/animation.cfm.

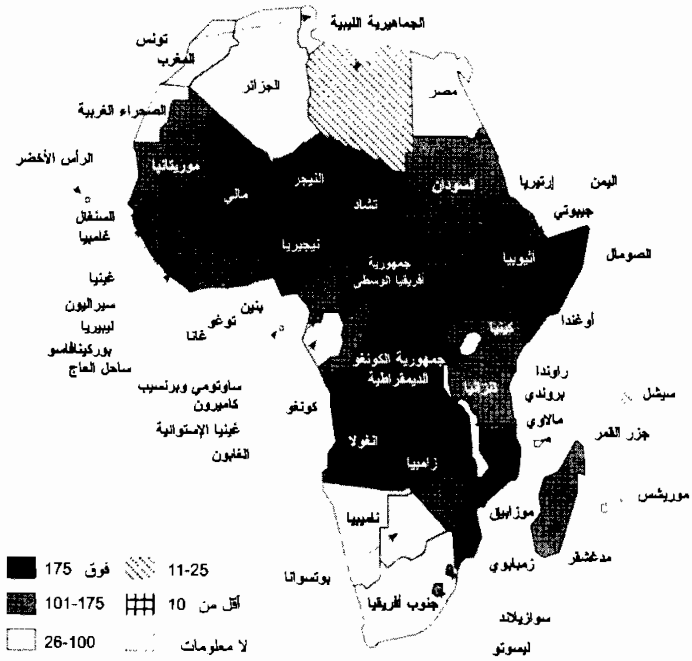
مخططات الأعمدة Bar charts

تعتبر مخططات الأعمدة هي الأنسب لعرض الأعداد والنسب المئوية التـــي تقارن فئتين أو أكثر، مثل نسب المدخنين من الذكور إلى الإناث. تنقل أطوال الأعمدة حقيقة هذه المقارنة بحيث أي تبديلات أو تحريفات تطرأ على هذه الأطوال، مثل خروقات التدريج scale breaks، تكون عادة غير ملائمة (الإطار 3.4).

الإطار 3.4 كلمة تحذيرية

في أغلب الأحيان تستخدم خروقات التدريج، رغم أنه ليس ملائماً، ويمكن أن تأتي في عدة أشكال. في الحقيقة، تستخدم أحياناً عمداً للمبالغة في العلاقات وقد يكون هذا الاستخدام واضحاً عند الفحص الواعي للمحور الرأسي. عند قراءة المخطط، من المهم فحص المحور الرأسي بعناية للتأكد من فهم التدريج المستخدم بوضوح وعدم وجود خروقات مختفية.

الشكل 2.4 معدل الوفيات لدى الأطفال دون الخامسة من العمر لكل 1000 ولادة حية في البلدان الأفريقية 2000[8]



إذا كانت الأعمدة أفقية (الشكل 3.2)، بدلاً من أن تكون عمودية (الشكل 4.3)، فمن الممكن وجود مساحة كافية لإرفاق لصيقات (واسمات) واضحة لعرض الفئات. ترتيب الأعمدة وفقاً لأطوالها يمكن أن يساعد في بعض الحالات.

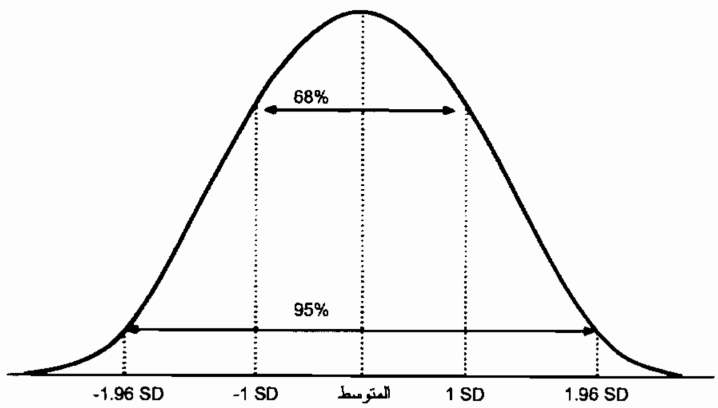
الخطوط البيانية Line graphs

تعتبر الخطوط البيانية (الشكل 1.6) هي الأنسب لعرض مقدار التغيير أو الاختلاف الذي يطرأ على متغير مستمر، الذي يظهر عادة على المحور الرأسي. على سبيل المثال، مستويات الكوليستيرول المصلي، على المحور الرأسي، يمكن أن تُرسَم مع مرور الوقت على المحور الأفقي. عند قراءة الخط البياني، من المهم فحص تدريج المحور الرأسي. إذا استخدم التدريج اللوغارتمي، يتغير التفسير من المقادير المطلقة إلى معدلات أو تناسبات للتغيير. بالنسبة لهذا النمط من المخططات، يمكن استخدام خروقات التدريج على المحور الرأسي، لكن ينبغي أن يشار إليه بوضوح.

التَوَزُّعُ التَواتُرِيّ (التَوَزُّعُ التَكْرارِيّ) والمنسجات
Frequency distributions and histograms

التوزع التواتري (التوزع التكراري) هو تنظيم مجموعة المعطيات في فترات متتالية ومتساوية وحصرية بحيث يتضح عدد أو تناسب الملاحظات التـــي تقع في كل فترة. في أغلب الأحيان تعرض المعطيات مع المُنَسَّج، الذي يشبه مخطط الأعمدة الذي تلتصق فيه الأعمدة مع بعضها بأسلوب مرتب، بدون وجود فراغ بين الأعمدة (الشكل 7.6). ارتفاعات الأعمدة تمثل إما عدد الملاحظات أو النسبة المئوية لها داخل كل فترة. يمكن أن يعبر الشكل الكلي للتوزع عن المعرفة العالية. المضلعات التواترية frequency polygons، التـــي تعتبر أساساً خطاً يربط بين منتصفات جميع الأعمدة في المُنَسَّج، تستخدم أيضاً بشكل واسع. يعتبر المنحنـــى الذي يشبه الجرس في التوزع الاعتيادي أحد الأمثلة الهامة (الشكل 3.4).

الشكل **3.4** منحنى التوزع الاعتيادي



التَوَزُّعُ المُعْتَاد (التَوَزُّعُ النِظامِيّ) Normal distributions

التوزع المعتاد له مميزات مفيدة جداً. إذا وافقت الملاحظات التوزع الاعتيادي، فإنه يمكن استخدام عدد كبير من الاختبارات الإحصائية والحسابات. من المفيد معرفة أن حوالي ثلثي القيم تقع ضمن منحنـــى التوزع المعتاد مع انحراف معياري واحد عن المتوسط، ويقع 95% تقريباً من القيم ضمن انحرافين معياريين عن المتوسط.

الأرقام المختصرة Summary numbers

المتوسط، والناصف، والدارج Means, median, mode

سلسلة الأرقام المختصرة هي التـــي تقيس النزعة المركزية central tendency، بمعنـــى أنها تحاول تمييز مركز عينة القياسات.

المتوسط the mean

وسطي العينة أو المتوسط هوالأبرز والأكثر ملاءمة في أغلب الأحيان، حيث العينة ذات القيم n لمتغير مثل x_i = وزن الجسم تكون:

$$mean = \bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$$

الناصف The median

يعرف الناصف بأنه العدد الأوسط بعد ترتيب جميع القياسات وفقاً لقيمها. يستخدم الناصف بصفة خاصة عندما تكون قيم معدودة أكبر بكثير من الأخرى. لهذا السبب، يميل دخل الفرد إلى أن يُبَلّغ على أنه الدخل الناصف بدلاً من الدخل المتوسط، لأن الناصف لا يتأثر أكثر من اللازم بالدخول المرتفعة جداً لقلة من أفراد العينة. لاحظ أنه في بعض الأحيان يُبَلّغ عن الدخل في بلد ما على أنه نصيب الفرد من الدخل per capita income. يمكن أن يختلف هذا الرقم تماماً عن الدخل الناصف الذي يكون منتصف التوزع لدخول الأفراد، الذي يمكن أن يمثل معظمهم الدخل الذي يدعم أسرة بأكملها، بينما نصيب الفرد من الدخل يمثل هذه الدخول مقسمة على عدد الأفراد في البلد.

الدارج The mode

يعتبر الدارج قياس هام آخر، وهو قيمة القياس في العينة الذي يحدث بشكل متكرر.

التفاوت (التباين)، والانحراف المعياري، والخطأ المعياري Variances, standard deviations and standard errors

يعتبر قياس التغير مجموعة أخرى من الأرقام المختصرة. القياسات الثلاثة الأكثر فائدة للتغير هي:

- التفاوت variance
- الانحراف المعياري standard deviation
- الخطأ المعياري standard error

كل من هذه القياسات ترتبط بكيفية اختلاف الأفراد عن بعضهم البعض في عينة القياسات. يمكن حساب هذه المقاييس للتنوع على:

- الاختلافات بين الأفراد بالنسبة لجميع أزواج القياسات الممكنة في العينة أو
- الاختلاف بين كل ملاحظة في العينة ووسطي العينة، أي $(x_i - \bar{x})^2$: مربع الانحراف عن الوسطي.

أثناء الدعوة تكون مثل هذه الحسابات باهظة نوعاً ما. في أغلب الأحيان يستخدم المعادل الجبري. هذه هي المعادلة لتعيين تفاوت العينة مع سقوط الأرقام المكتوبة تحت الحروف للتبسيط.

$$S^2 = \frac{\Sigma x^2 - (\Sigma)^2 / n}{n-1}$$

يمكن كتابة البسط في المعادلة السابقة كما يلي:

$$SS(x) - \sum (x = \bar{x})^2 = \sum x^2 - (\sum x)^2 / n$$

في أغلب الأحيان يطلق على المصطلح مجموع مربع الانحرافات حول المتوسط، أو ببساطة يكون

$$\text{مجموع المربعات} = SS\ (x)$$

لاحظ أن التفاوت قريب جداً من وسطي مربع الانحرافات عن المتوسط. الانحراف المعياري يكون ببساطة الجذر التربيعي للتفاوت أو $s = \sqrt{s^2}$ والانحراف المعياري:

$$SE = s_{\bar{x}} = \mathrm{s} / \sqrt{n}$$

يطلق عليه نمطيا الانحراف المعياري عن المتوسط. يعكس الانحراف المعياري عن المتوسط كيف يمكن ألا تتشابه جميع الوسائل الممكنة للعينات ذات الحجم n مع بعضها إذا كانت كل عينة اختيرت عشوائياً من نفس المجموعة السكانية كما في العينة الأولى.

المفاهيم الأساسية للإستدلال الإحصائي

Basic concepts of statistical inference

إن عملية استخدام العينة للاستدلال حول :مجموعة ســـكانية ربما يكون

المظهر الأكثر حيوية للبحوث الوبائية. الدعم التصوري للإستدلال الإحصائي يعتمد على عملية أخذ عينة عشوائية واحدة ذات حجم معين من السكان واستخدام هذه العينة في اتخاذ الأحكام حول السكان إجمالاً. نمطياً، وضعت هذه الأحكام بلغة المتوسطات، أوالتفاوتات، أو الأعداد الموجزة الأخرى. يطلق على الأعداد الموجزة بالنسبة للسكان مُتَثابتات parameters وتمثل بالحروف اللاتينية مثل:

- μ = المتوسط
- σ = الانحراف المعياري
- β = مُعاملُ التّحَوُّف

تُمَثّل تقديرات هذه المتثابتات المأخوذة من عينة ما بالرموز $\bar{x}$، s، b على الترتيب.

استخدام العينات لدراسة المجموعات السكانية
Using samples to understand populations

العينات العشوائية *Random samples*

تعتبر عملية اختيار العينة من السكان ضرورية للإستدلال الإحصائي. الخطوة الأولى تكون باختيار عينة عشوائية، ووفقاً لها يكون لكل فرد في المجموعة السكانية فرصة متساوية أن يُختار للعينة (انظر الفصل الثالث). توجد استراتيجيات متعددة لأخذ العينات وكذلك توجد نصوص تساعد على توجيه هذه العملية.

مثال: حساب متوسط العينة

اختير 10 أفراد عشوائياً من السكان وقيست أوزانهم بالكيلوغرام وكانت كما يلي: 82.3، 67.3، 68.6، 57.7، 67.3، 60.5، 61.8، 54.5، 73.2، 85.9 بحيث أن

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i / n = 67.9 \text{ kg}$$

حيث قيمة μ = متوسط وزن السكان.

بالطبع، اختيار عينة عشوائية أخرى من نفس المجموعة السكانية وقياس الأوزان لهذه المجموعة الجديدة قد ينجم عنه متوسط مختلف للعينة: مثلاً $\bar{x} = 68.2$ كيلوغرام، كتقدير لنفس متوسط السكان، μ. لا يكون أحد

متوسطات هذه العينة أفضل من الآخر، لكن هذا يطرح السؤال عن قيمة متوسط العينة الواحدة كتقدير لمتوسط السكان حينما يكون من السهل أخذ عينة أخرى والحصول على قيمة مختلفة لـــ $\bar{x}$ لوضع ذلك في السياق، تُشتَق القيمة من العملية المستخدمة للحصول على التقدير.

إذا كُرِّرَت العملية لمرات متعددة، أمكن حساب قائمة طويلة جداً لمتوسطات العينة (الإطار 4.4). إلى أي مدى يمكن تقييم تقدير متوسط العينة لمتوسط السكان عن طريق فحص مميزات هذه القائمة الطويلة لمتوسطات العينة. إذا كان متوسط جميع متوسطات هذه العينة، أي متوسط المتوسطات، هو نفس متوسط السكان، عندئذ يكون متوسط العينة تقديراً غير منحاز لمتوسط السكان. أي، وسطياً، تقدم الإجابة الصحيحة.

> الإطار **4.4** الخطأ المعياري للمتوسط
>
> بوضوح، يفضل أيضاً أن تتشابه متوسطات هذه العينة بحيث يمكن أي منهم أن يقترب من القيمة الحقيقية لمتوسط السكان. يطلق على الخطأ المعياري لهذ القائمة الطويلة لمتوسطات العينة الذي يعتبر مقياساً لمدى تشابه متوسطات العينة لبعضها البعض، **الخطأ المعياري للمتوسط.** لاحظ أنه ليس هناك حاجة في الحقيقة للقائمة الطويلة لمتوسطات العينة من أجل تقدير هذا الخطأ المعياري، حيث أن يمكن حسابه من الانحراف المعياري لعينة واحدة كما يتضح من المعادلة.

فترات الثقة Confidence intervals

تعتبر فترات الثقة أحد الأدوات الأكثر فائدة في الوبائيات. بصفة عامة، تستخدم فترات الثقة هذه المفاهيم لإيجاد حدود معقولة لمتوسط السكان، معتمداً على المعلومات من العينة. فترات الثقة سهلة الإعداد وسهلة الفهم نسبياً.

حساب فترة الثقة Calculating a confidence interval

لتكوين فترة الثقة، يحسب الحد السفلي والحد العلوي. بالنسبة لعينة الأوزان، عندما تكون $n = 10$ و $\bar{x} = 67.9$، يكون الانحراف المعياري المحسوب لهذه العينة هو $s = 10.2$ كيلوغراماً. الحدان السفلي والعلوي هما:

الحد السفلي $\bar{x}\,(2.68)\,s/\sqrt{n}\quad 69.7\quad 2.68(10.2)/3.16\quad 61.05$

الحد العلوي $\bar{x}\,(2.68)\,s/\sqrt{n}\quad 69.7\quad 2.68(10.2)/3.16\quad 78.35$

قد يساعد كتابة فترة الثقة الناتجة كما يلي:

$$C\,(61.05 < \mu < 78.35) = 0.95$$

مما يشير إلى أن 95% من فترة الثقة لمتوسط السكان. طول هذه الفترة هو $78.35 - 61.05 = 17.30$ كيلوغراماً وهي أطول مما ينبغي. لاحظ أنه كلما قصرت الفترة كان ذلك أفضل، وأن العينة الأكبر يمكن أن تنتج فترة أقصر. لاحظ أيضاً أنه يُضمَّن لمتوســـط العينة $\bar{x}$ أن يكون في حـــدود الفترة. في

الحقيقة، في هذه الحالة، يكون المتوسط في منتصف الفترة تماماً؛ بينما يكون متوسط السكان، عندما يكون مدرجاً، غير مضمون بالتأكيد أن يكون داخل حدود الفترة.

درجات الحرية Degrees of freedom

لاحظ أن الرقم 2.68 المستخدم في هذه الحسابات مأخوذ من التوزع t حيث n - 1 = 9 درجات من الحرية. مع ذلك، إذا كان حجم العينة أكبر من n = 30، عندئذ يكون العدد 2 قريباً جداً من قيمة الجدول. بالنسبة للعينات الكبيرة، يكون الرقم 1.96. تتوفر الجداول المعنية بهذا التوزيع في أكثر النصوص الإحصائية معيارية وفي المصادر الإحصائية على شبكة الإنترنت.

تركز الأمثلة على فترات الثقة لـ μ: مع ذلك، يستخدم المفهوم بشكل واسع في المُتَثابتات الأخرى، بما فيها تلك الناتجة من تحاليل التحوف regression analysis ونسبة الأرجحية، من بين العديد منها. يتشابه التفسير مع ما هو مذكور فيما يلي بالنسبة للمتوسطات. ينجم الالتباس أحياناً من جراء تفسير فترة الثقة (الإطار 5.4).

> الاطار 5.4 تفسير فترة الثقة
>
> من الجائز أن توجد قائمة طويلة من العينات العشوائية المأخوذة من السكان وقد تُحسَب فترة الثقة اعتماداً على المعلومات المأخوذة من كل عينة. تكون النتيجة قائمة طويلة من فترات الثقة ويكون التوقع أنه، إذا حدث ذلك وكان α = 0.05، عندئذ 95% منها تحتوي على القيمة الحقيقية لمتوسط السكان ضمن حدودها بينما لا يحدث ذلك مع 5% منها. مع الأسف، لا يعلم أحد ما إذا كانت فترة الثقة المأخوذة من عينة الدراسة هي واحدة من الـ 95% أو واحدة من الـ 5% من عينة محددة.

تفسير المقاييس خارج فترة الثقة
Interpreting measures outside the confidence interval

عند تفسير فترات الثقة، نحتاج معرفة ما نفعله بالمقاييس التـي تقع خارج الفترة. في المثال السابق، تتراوح الأوزان بين 61.05–78.35 كيلوغراماً. هل يعقل تصديق أن يكون متوسط السكان 80 كيلوغراماً؟ في الحقيقة، من المتوقع أن يحتوي 95% من فترات الثفة المتوسط السكاني. يبدو من غير الممكن أن يكون متوسط السكان $\mu = 80$ كيلوغراماً، على الرغم من إمكانية حدوث ذلك، إذا كانت الفترة هي أحد الـ 5% بدلاً من 95%. بالرغم من ذلك، هناك بعض الخطورة في المطالبة بأن تكون $\mu \neq 80$ كيلوغراماً، وأيضاً يقل الخطر عندما تستخدم $\alpha = 0.05$ لإيجاد فترة ثقة 95%. من المهم إدراك أن خطر القول بأن $\mu \neq 80$ (بينما في الحقيقة تكون 80 كيلوغراماً) يكون من قبل الباحث الذي يحسب فترة الثقة. يمكن استخدام القيم الأخرى غير $\alpha = 0.05$، وربما تكون القيمة الأخرى الشائعة الاستخدام هي $\alpha = 0.01$؛ مع

ذلك، $\alpha = 0.05$ هي الأكثر شيوعاً وأكثر قبولاً بسهولة. يبين (الشكل 2.5) مثالاً عن فترة الثقة.

يمكننا استخدام فترة الثقة لاختبار الفرضية، أي فرضية $\mu = 80$ كيلوغراماً. في هذه الحالة، اختُبِرَت الفرضية ورُفِضَت بناءً على حدي فترة الثقة الأدنـــى والأعلى. بشكل عام، يمكن استخدام فترات الثقة بهذه الطريقة لاختبار الفرضيات؛ مع ذلك يوجد أسلوب رسمي بشكل أكثر موصوف في (الإطار 6.4).

اختبارات الفرضية، وقيم p، والقوة الإحصائية
Hypothesis tests, p-values, statistical power

يعتبر اختبار الفرضية بسيطاً نسبياً. نحن في حاجة إلى إفادة دقيقة عن الفرضية الإحصائية المطلوب اختبارها، وعن قيمة p المرتبطة بهذا الاختبار والقوة الإحصائية التـــي يمتلكها هذا الاختبار للكشف عن الفرق في مقدار معين.

قيمة p The p-value

في الحالة السابقة، رُفِضَت فرضية البطلان null hypothesis لأنه يعتقد أن النتيجة الملاحظة غير ممكنة أو نادرة على افتراض أن فرضية البطلان كانت حقيقية. في هذه الحالة، تُحَدَّد نقطة الفيصل cut point للندرة عندما يكون مستوى α قد حُدِّد عند $\alpha = 0.05$. يمكن الحصول بسهولة على مقياس أكثر دقة لندرة هذه النتيجة الملاحظة، أيضاً مع افتراض أن فرضية البطلان حقيقية. ببساطة، تكون المنطقة تحت ‎−3.19 بالإضافة إلى المنطقة فوق ‎+3.19 في التوزع t وبه 9 درجات من الحرية. المنطقة أسفل ‎−3.19 تكون 0.011، والمنطقة فوق ‎+3.19 تكون أيضاً 0.011 بحيث يكون المجموع $p = 0.022$. تسمى هذه المنطقة قيمة p وتمثل أرجحية أن تكون قيمة المتوسط لعينة عشوائية من السكان بعيدة عن 67.9 أو أبعد من $\mu = 80$ *كيلوغراماً* على الجانبين. بمعنـــى، أن النتيجة الملاحظة تكون نادرة لدرجة يصعب تصديق أن $\mu = 80$. ترتبط قيمتا p، و α إلى حد أنه إذا كانت $\alpha = 0.05$، عندئذ سترفض فرضية البطلان عندما تكون $p < 0.05$.

القوة الإحصائية Statisitical power

توجد مرجعية لفرضية البطلان في وصف العينتين التاليتين لاختبار t:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0,\text{vs}$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

التـــي تفحص الاختلافات بين متوسطات المجموعتين السكانيتين. إذا كانت المجموعتان السكانيتان لأوزان الجسم، عندئذ، في هذا السياق، يظهر جلياً أنه كلما كان الفرق كبيراً بين متوسطي المجموعتين، كلما سهل رفض فرضية البطلان باستخدام متوسطات العينة.

الإطار 6.4 مثال: اختبار الفرضية

باستخدام المثال أعلاه، حيث $\overline{x} = 69.7$ كيلوغراماً، يمكن التعبير عن العملية الرسمية كما يلي:

- *الفرضية*

نريد معرفة ما إذا كان من المعقول تصديق أن متوسط السكان يكون $\mu = 80$. لكي نقدم اختباراً إحصائياً لهذا السؤال، ننتقي خيارين للمقارنة:

- فرضية البطلان: $H_0 : \mu = 80$ *كيلوغراماً* و
- البديل: $H_1 : \mu \neq 80$ *كيلوغراماً*

قُدِّمَ الاختبار الإحصائي لاختيار أحد الإثنين. إذا اختير H_1، يكون التصريح المعتاد أن فرضية البطلان H_0 قد رُفِضَت. لاحظ أنه يُعبِّر عن البديل كما يلي: $H_1: \mu \neq 80$ *كيلوغراماً* بدلاً من إما $\mu > 80$ أو $\mu < 80$. هذا يدل ضمناً على أنه يجب القيام بالاختبار ثنائي الذيل two-tailed test بدلاً من الاختبار وحيد الذيل one-tailed test كما هو الحال إذا استُخدِمَ أحد البديلين الآخرين. بصفة عامة، يجب استخدام الاختبار ثنائي الذيل في التطبيقات الوبائية الأساسية حيث أن الشروط الضرورية للاستخدام المريح للاختبار وحيد الذيل في هذا السياق تكون كما يلي:

- *الافتراضات*: في هذه الحالة، تكون الافتراضات أن العينة العشوائية قد اختيرت من التوزع المعتاد. إذا كان حجم العينة أكبر من n = 30، يكون التوزع المعتاد غير ضروري.
- مستوى α: استخدم $\alpha = 0.05$ ما لم يوجد سبب مقنع للقيام بشئ آخر. المستوى الأكثر شيوعاً في الاستخدام هو $\alpha = 0.01$.
- *إحصاء الاختبار*: يكون إحصاء الاختبار المكافئ لاستخدام فترة الثقة أعلاه لاختبار هذه الفرضية هو اختبار t ذو العينة الواحدة كما هو مبين في المعادلة أدناه. تستخدم هذه المعادلة نفس المعلومات المستخدمة في بناء فترة الثقة لكنها تُنَظَّم في شكل مختلف.

$$t = \frac{\overline{x} - \mu}{s / \sqrt{n}}$$

- *المنطقة الحرجة*: أرفض نظرية البطلان $H_0: \mu = 80$ *كيلوغراماً* إذا كانت قيمة إحصاء الاختبار لا تقع بين $\pm\ 0.975t\ (9) = 2.68$. لاحظ أن هذا يدل ضمناً على تحديد المنطقة بنقاط الفصل −2.68 و+2.68، حيث تكون منطقة الرفض أي شئ تحت −2.68 أو فوق +2.68.
- *النتيجة*:

$$t = \frac{69.7 - 80}{10.2 / \sqrt{10}} = -3.19$$

- *الاستنتاج*: حيث أن القيمة المحسوبة لـ t لا تقع بين $\pm\ 0.975t\ (9) = 2.68$، يكون الاستنتاج هو رفض فرضية البطلان $H_0 : \mu = 80$ كيلوغراماً لمصلحة البديل $H_1: \mu \neq 80$ كيلوغراماً. أحد التفسيرات هو أن متوسط العينة $\overline{x} = 69.7$ كيلوغراماً يكون شديد البعد عن $\mu = 80$ *كيلوغراماً* بحيث يصعب تصديق أن القيمة الحقيقية لمتوسط السكان تكون 80 كيلوغراماً. أي أن النتيجة الملاحظة حيث $\overline{x} = 69.7$، بينما يمكن ذلك بالتأكيد، تكون ببساطة غير ممكنة أو نادرة بالنسبة للمتوسط المأخوذ من السكان حيث $\mu = 80$ *كيلوغراماً*.

هناك سؤال مهم يتعلق باحتمال رفض فرضية البطلان إذا كان الفرق كبيراً إلى حد 4 كيلوغرامات. بمعنى آخر، ما "احتمال" اكتشاف فرق كبير مثل 4 كيلوغرامات؟ يسمى هذا الاحتمال *القوة الإحصائية*. بالطبع، كلما ازدادت القوة كلما كانت التكاليف المقدمة معقولة بشكل أفضل. تتأثر القوة بحجم العينة (كلما كبرت العينة كلما كان أفضل) وبتنوع الملاحظات الفردية (كلما قل التنوع كان أفضل). كذلك، تغيير α من $\alpha = 0.05$ إلى $\alpha = 0.01$ تقلل القوة.

من الواضح أنه عند اختبار الفرضيات يمكن أن تقع الأخطاء. إذا رُفضَت فرضية البطلان عندما تكون في الحقيقة صحيحة، عندئذ يسمى الخطأ "*خطأ-α*"، ويحتمل أن يكون هذا الخطأ قد وقع عند تحديد مستويات α قبل إجراء الاختبار. بشكل عام، نستخدم أيضاً $\alpha = 0.05$ ما لم يكن لدينا سبب مقنع للقيام بشئ آخر.

من ناحية أخرى، عندما تُقبَل فرضية البطلان، يمكن أيضاً أن يقع الخطأ ويسمى هذا الخطأ "*خطأ-β*". يتم أيضاً مناقشة هذا الخطأ في القسم الخاص بحجم العينة. القوة الإحصائية هي احتمال رفض فرضية البطلان عندما يجب رفضها وقيمتها، القوة ($Power = 1 - \beta$). النتائج المحتملة لاختبار الفرضية هي:

نتيجة الاختبار	الحقيقة	
	H_0 صحيحة	H_0 خطا
H_0 مقبولة	موافق	*النوع الثاني او خطا-β*
H_0 مرفوضة	*النوع الأول او خطا-α*	موافق

الطرق الأساسية Basic methods

الطرق الأساسية للوبائيات هي:

- اختبارات- ت t-tests
- اختبارات خي مربع Chi square tests
- الترابط correlation
- التحوف regression

اختبارات- ت t-tests

من الشائع في الوبائيات الحصول على عينتين تمثلان مجموعتين مختلفتين من المجموعات السكانية وكذلك الحصول على إجابة على السؤال حول اختلاف متوسطي العينتين بشكل كاف مما يجعلنا نستنتج أن المجموعتين السكانيتين الممثلتين لهما متوسطات مختلفة. يستخدم اختبار- ت إحصائية، تحت فرضية

البطلان، تختبر ما إذا كان هذان المتوسطان يختلفان اختلافاً يُعتَد به. يمكن استخدام اختبار– ت، لاسيما النسخة ثنائية العينة، في هذا الوضع. تُختَبَر الفرضية:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0, \text{vs}$$
$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

باستخدام إحصاء – ت حيث $(n_1 + n_2 - 2)$ درجات من الحرية.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \quad \text{عندما} \quad s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1-1)+(n_2-1)}$$

اختْبارْ – خي مُرَبَّع – للتصنيفات المتصالبة

Chi-squared tests for cross tabulations

تُعتَبَر التصنيفات المتصالبة، أو جداول التصادف contingency tables، أدوات لعرض أعداد المشاركين مصنفة وفقاً لعاملين أو متغيرين أو أكثر. (الجدول 4.3) مثال نموذجي على ذلك، حيث r = صفين وc = عمودين من المعطيات في الجدول r × c أو 2 × 2. يعرض هذا الجدول الترابط بين التعرضين وفئتـــي الحالة المرضية. فحص الجدول عن قرب يؤدي إلى السؤال الحتمي عما إذا كان هناك دليل أم لا عن الترابط بين التعرض والمرض، أي لاختبار الفرضية:

H_0: *لا يوجد ترابط بين هذا التصنيف للتعرض وهذا التصنيف لحالة المرض، والعكس*

H_1: *يوجد ترابط بين هذا التصنيف للتعرض وهذا التصنيف لحالة المرض.*

بالنسبة للجداول 2×2، تركز هذه الفرضية أيضاً على المقارنات بين نسبتين. في هذه الحالة، تكون النسبتان المهمتان هما:

P_E= نسبة الذين **تعرضوا** وظهر عليهم المرض

P_{NE}= نسبة الذين **لم يتعرضوا** وظهر عليهم المرض

بحيث يمكن التعبير عن الفرضية كما يلي:

H_0 : $P_{NE} = P_E$، والعكس

H_1 : $P_{NE} \neq P_E$

لاختبار هذه الفرضية، نقارن *التكرار الملاحظ* *Observed frequency*، *O* في كل خلية بالنســـبة إلى *التكرار المتوقـــع* *Expected frequency*، *E* التـــي

ستكون موجودة إذا كانت فرضية البطلان حقيقية تماماً. يمكن حساب E لإعداد الجدول التالي:

E = (إجمالي الصف المحتوي على الخلية) × (إجمالي العمود المحتوي على الخلية) / الإجمالي الكلي للجدول

الخلية	O	E	$O-E$	$(O-E)^2$	$(O-E)^2/E$
1	50	34.12	15.88	252.22	7.39
2	11	26.88	15.88-	252.22	9.38
3	16	31.88	15.88-	252.22	7.91
4	41	25.12	15.88	252.22	10.04
المجموع	118	118	0.00		34.72

في العمود الأخير يكون المجموع هو القيمة المحسوبة لـــ (I) χ^2، وهو التنويط (التسجيل) لإحصاء اخْتبار خي مُرَبَّع بدرجة واحدة من الحرية. بشكل عام، يكون عدد درجات الحرية هو $df = (r-1) \times (c-1)$. القيمة المحسوبة 34.72 أكبر بكثير من القيمة في جدول خي مُرَبَّع بالنسبة لـــ $\alpha = 0.05$، وهي 3.84؛ بالتالي نرفض فرضية البطلان. تتوفر جداول توزع خي مُرَبَّع على شبكة الإنترنت أو في أي كتاب من كتب النصوص الإحصائية المعيارية (انظر الفصل الحادي عشر).

الإطار 7.4 تفسير العلاقة بين متغيرين

من المفيد دائماً فحص صورة العلاقة بين متغيرين باستخدام اختطاط التشتت scatter plot (انظر الشكل 1.1). الاختطاط بجموعة من النقاط في أكثر من موقع او بنقاط تبدو وكأنها ساقطة على طول خط منحنٍ قد ينطوي على أن معامل الترابط لا يوفر موجزاً هادفاً عن العلاقة بين المتغيرين.

الترابط Correlation

بشكل عام، يقيس الترابط الدرجة التـــي يتبدل عندها متغيران معاً (الفصل الخامس). إذا كان المتغيران مستقلين، فإن قيمة إحداهما لا ترتبط بقيمة الآخر. أما إذا ارتبط المتغيران، فإن قيمة إحداهما ترتبط بقيمة الآخر، إما أن يكون مرتفعاً عندما يكون المتغير الآخر مرتفعاً أو يكون مرتفعاً عندما يكون المتغير الآخر منخفضاً. تتوفر أدوات عديدة لقياس الترابط، وأكثرها شيوعاً في الاستخدام هو معامل الترابط الآتـــي لجداء بيرسون Pearson Product Moment Correlation Coefficient الذي يحسب كما يلي:

$$r_{xy} = \frac{\sum xy - \left(\sum x\right)\left(\sum y\right)/n}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2/n\right]\left[\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2/n\right]}} = \frac{\mathrm{SS}(xy)}{\sqrt{\mathrm{SS}(x)\,\mathrm{SS}(y)}}$$

يقيس المعامل الترابط الخطي والمجالات بين $-1 \leq r \leq 1$. عندما تقترب القيمة من +1 يكون هناك ترابط خطي إيجابـــي قوي، وعندما تقترب من -1 يكون هناك ترابط سلبـــي قوي، أي عندما تميل القيمة المنخفضة لـــ x

أن تتضمن قيمة عالية لـــ y. عندما تكون $r = 0$، ينعدم الترابط الخطي. ينصح بكلمة تحذيرية (الإطار 7.4).

التحوف Regression

استخدام وتفسير نماذج التحوف
Using and interpreting regression models

تعتبر نماذج التحوف أدوات حيوية لتحليل المعطيات وتستخدم بشكل واسع في البحوث الوبائية. على الرغم من تعقيد الحسابات إلا أن المفاهيم الضمنية ليست كذلك. لحسن الحظ، يمكن أن تعتنـــي برامج الكمبيوتر بالحسابات. يكون تركيزنا على استخدام وتفسير هذه النماذج حيث لا توجد ضرورة لمثل هذا التعقيد في هذا النص.

نماذج التحوف المختلفة Different regression models

هناك ثلاثة أنواع أساسية من نماذج التحوف في البحوث الوبائية:

- التحوف الخطي
- التحوف اللوجستـــي
- تحوف المخاطر النسبـــي كوكس، أحد أنماط تحليل البقاء.

المفهوم الأساسي لنماذج التحوف Key concept for regression models

لاستخدام هذه النماذج، نفترض أن تؤثر المتغيرات في بعضها البعض. على سبيل المثال، نعتبر أن وزن الجسم يتأثر بعوامل مثل العمر أو الجنس. القيمة ذات الأهمية هي المتغير الاتكالي (مثل وزن الجسم) والعوامل المحددة تكون متغيرات مستقلة. إنها طبيعة المتغير الاتكالي التـــي تميز النماذج الثلاثة عن بعضها البعض.

- *نماذج التحوف الخطي:*

يتطلب المتغير الاتكالي أن يكون متغيراً مستمراً بحيث يكون التوزع التواتري هو التوزع المعتاد.

- *نماذج التحوف اللوجستي:*

يشتق المتغير الاتكالي من وجود أو غياب ميزة ما، تمثل نمطياً بواسطة 0 أو 1.

- *نماذج كوكس للمخاطر المتناسبة:*

يمثل المتغير الاتكالي الزمن من الخط القاعدي لبعض الأنماط إلى وقوع الحدث الهام.

تحليل البقاء، كما تم مع نماذج كوكس للمخاطر المتناسبة، له تعقيد إضافي وهو الحاجة أيضاً إلى أخذ وضع المراقبة في الاعتبار.

التحوف الخطي Linear regression

نستطيع استخدام أداة التحوف الخطي للتركيز على مجموعة واسعة من القضايا، التـــي تتراوح بين التحليل المعياري للتفاوت (ANOVA)، والتحوف الخطي البسيط، والتحوف الخطي المتعدد. في جميع هذه الحالات، يكون المتغير الاتكالي مقياساً مستمراً (مثل وزن الجسم)، وقد تكون المتغيرات المستقلة مستمرة وقاطعة في نفس الوقت.

المتغير الاتكالي Dependent variable

النموذج النمطي، الذي يمثل المتغير الاتكالي y والمتغيرات المستقلة k قد تظهر على شكل:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 n_2 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

حيث:

Y = المتغير الاتكالي (مثل وزن الجسم)

β_0 = عامل اعتراض أو عامل تدريج

B_i = معامل المتغير المستقل x_i

x_i = قيمة المتغير المستقل x_i

ε = قيمة ما لم يحتسب بالعوامل الأخرى

المصطلح $B_i\, x_i$ يمثل الجزء من المتغير الاتكالي، Y= وزن الجسم، المرتبط أو المعزو إلى المتغير المستقل؛ ولنقل، x_i = العمر. أيضاً المصطلح ε يمثل ما تبقى بعد أخذ المصطلحات الأخرى في الحسبان، وأحياناً يطلق عليه "مصطلح الخطأ".

بهذه العملية، يمكن أن نعتبر أن وزن جسم الفرد يتكون من قطع، حيث تمثل كل قطعة من العوامل بالمتغيرات المستقلة، بالإضافة إلى قطعتين أخريين، وهي عامل الاعتراض أو عامل التدرج β_0 وكذلك ما تبقى، ممثلة بـــ ε. من الواضح أنه كلما قل ما تبقى، كان ذلك أفضل، إلى حد أن النموذج "يشرح" أكثر. يمكننا قياس جدوى نموذج تحوف معين بحساب نسبة التنوع الإجمالي للمتغير الاتكالي الذي تقوم معادلة التحوف بأخذه في الحسبان.

$$R^2 = \frac{SS\,(\text{Model})}{SS\,(Y)}$$

المتغيرات المستقلة Independent variables

إذا كان المتغير المستقل متغيراً مستمراً مثل x_i = العمر، عندئذ يكون تفسير β_i بسيطاً ويمثل التغيير المتزايد في المتغير الاتكالي، Y = وزن الجسم، ويرتبط بتغيير الوحدة في x_i = العمر، ويُصَحِّح لجميع المصطلحات الأخرى في النموذج. هذا يشبه إلى حد كبير مصطلح الميل في التحوف الخطي البسيط، لذا إذا كان $\beta_{Age} = 2$ كيلوغراماً، يكون تفسيرنا أن وزن الجسم المقدر يصل إلى كيلوغرامين لكل سنة إضافية، مصححة لجميع المصطلحات الأخرى في النموذج.

يختلف الوضع قليلاً بالنسبة للمتغيرات المستقلة التـــي تمثل الفئات ويتطلب الانتباه الشديد. المثال النمطي لذلك هو المتغير الذي يشير إلى الجنس، حيث توضع القيم عند $x_1 = 1$ إن كان ذكراً ويكون $x_1 = 0$ إن كان أنثى. في هذه الحالة، غالباً ما تسمى الفئة حيث تكون فيها القيمة $x_1 = 0$ باسم المجموعة المرجعية reference group، التـــي نقارنها بالفئة $x_1 = 1$. بالنسبة لنماذج التحوف الخطي، يكون المعامل لهذا المصطلح هو:

$$\beta_1 = \mu_{males} - \mu_{females}$$

أي أن الفرق بين متوسط الوزن، الذكور – الإناث، مصحح لجميع المصطلحات الأخرى في النموذج.

المتغيرات المتعددة Multiple variables

فصيلة الدم	x_1	x_2
A	1	0
B	0	1
O	0	0

عندما يكون لدينا ثلاث فئات أو أكثر، يكون الوضع أكثر تعقيداً إلى حد ما؛ مع ذلك، هذا أمر شائع والتفسير الصحيح يكون مهماً. مثال على ذلك، فصيلة الدم بالفئات الثلاثة A، وB، وO. في هذا الوضع، نحتاج إلى متغيرين مستقلين، يكون أحدهما أقل من عدد الفئات. تكون القيم هي:

في هذه الحالة، تكون المجموعة المرجعية هي الفئة "O"، و

$$\beta_1 = \mu_A - \mu_O$$

$$\beta_2 = \mu_B - \mu_O$$

هنا، تكون β_1 هي الفرق بين قيم المتوسط بالنسبة إلى A – O، مصححة

لجميع المصطلحات في النموذج. بهذه المعادلة، نستطيع مقارنة A وO بشكل مباشر، وB وO بشكل مباشر، لكن ليس A وB. ينبغي علينا تعيين قيم مختلفة بالنسبة إلى x_1 و x_2 من أجل مقارنة A مع B.

تشير الصيغة أعلاه إلى قيم المجموعة السكانية التـــي نحصل على التقديرات لها بتناسب مثل هذا النموذج مع مجموعة معينة من المعطيات. تكون الخطوة الأولى باختبار الفرضية المعنية بكامل مجموعة βs إجمالاً، أي لاختبار:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \ldots = \beta_k = 0$$

إذا رُفضَت الفرضية بحيث يكون هناك دليل على أن واحداً على الأقل من βs يمكن اعتباره غير صفر، عندئذ يكون من المعقول المضي قدماً في اختبار المعامل بالنسبة للمصطلحات الفردية. إن لم يكن في الإمكان اعتبار أحد أن يكون غير صفر، عندئذ يكون النموذج، كما تبين، ليس له مصطلحات ذات معنـــى وبالتالي يكون ذو قيمة ضعيفة.

التحوف اللوجستي Logistic regression

في المثال السابق قياس مستمر وكانت قيمة المتغير الاتكالي هي وزن الجسم. قد نهتم أيضاً بالعوامل المرتبطة بوجود أو غياب السمنة، المحددة ربما بمنسب الاستقلاب الأساسي $\text{BMI} \geq 30$. يُعَد التحوف اللوجستـــي أداة تحليل قوية ومرنة في مثل هذه الأوضاع. تكون النتيجة المفيدة هي نسبة الأرجحية odds ratio نمطياً لمقارنة الأرجحية. (على سبيل المثال، الذكور بالنسبة للإناث في السمنة)، مصححة بالنسبة لمجموعة العوامل الأخرى.

كما هو موضح أدناه، يعتبر نموذج التحوف اللوجستـــي مثالياً لهذا الغرض. يعتمد التحوف اللوجستـــي على المتغير الاتكالي In(odds) الأرجحية حيث تمثل In التدريج اللوغارتمي الطبيعي (القاعدة e) وتعرف الأرجحية باحتمال p للواقعة الـــجارية مقسومة على احتمال عدم حدوثها، $1-p$، تُدرَج في بعض الأحيان كما يلي:

$$odds = p/(1-p)$$

لذا يصبح النموذج

$$\text{In}(odds) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

أو يكافئ

$$odds = e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k + \varepsilon}$$

حيث تُحَدِّد x_1 كما في نموذج التحوف الخطي أعلاه. لتفسير المعاملات لهذه النماذج، نحتاج إلى التركيز على *الأرجحية* ونسبة *الأرجحية* بدلاً من المتوسطات، كما في حالة التحوف الخطي. على سبيل المثال، بالنسبة للمتغير المستقل، x_1 = الجنس، مع $x_1 = 1$ بالنسبة للذكور، و$x_1 = 0$ بالنسبة للإناث، ثم يستخدم المعامل β_1 في المعادلة:

$$e^{\beta_1} = OR_{males/females}$$

ويفسر المصطلح كنسبة أرجحية السمنة للذكور بالنسبة للإناث، المصححة بالنسبة للمصطلحات الأخرى في النموذج. المصطلح e^{β_1}، الناتج عن تحليل المعطيات، هو أحد تقديرات نسبة الأرجحية.

بالنسبة للمتغير المستقل x_2 = العمر، المقاس بالسنوات، يكون للمصطلح تفسير مشابه لتفسير المنحنـــى في التحوف الخطي، وهو

$$e^{\beta_2} = OR_{per\ year\ increment}$$

إذا كانت نسبة الأرجحية المصححة لكل زيادة سنوية $OR_{per\ year\ increment}$ =1.2، عندئذ تزداد أرجحية السمنة 20% لكل سنة إضافية من العمر، مصححة بالنسبة للمصطلحات الأخرى في النموذج.

إذا كانت نسبة الأرجحية لكل زيادة سنوية $OR_{per\ year\ increment} = 0.75$، عندئذ تكون أرجحية السمنة لكل سنة إضافية من العمر 75% من السنة السابقة، مصححة بالنسبة للمصطلحات الأخرى في النموذج.

تحاليل البقاء ونماذج كوكس للمخاطر المتناسبة

Survival analyses and Cox proportional hazards models

بالنسبة للعديد من الأوضاع، نهتم بالوقت الذي يقع فيه حدث ما (انظر الشكل 4.8). بالنسبة لوضع السمنة أعلاه، افترض أن مجموعة من المرضى تمت معالجتهم من السمنة بنجاح وتمت متابعتهم بعد المعالجة لتقييم العوامل المرتبطة بحدوث السمنة مرة ثانية. في هذه الحالة، نهتم بقياس الوقت منذ نهاية المعالجة الأولى حتـــى حدوث السمنة مرة أخرى.

يُعَد نموذج كوكس للمخاطر المتناسبة نموذج تحوف ملائم لهذه الأوضاع. يمثل المتغير الاتكالي الزمن حتـــى حدوث السمنة مرة أخرى. يمكن للمتغيرات

المستقلة أن تكون هي نفسها كما في مثال التحوف اللوجستي وتكون معادلة التحوف هي:

$$h(t) = h_0(t)\, e^{\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k}$$

حيث

h(t) = خطورة الحدث، والبقاء حتى الوقت t بدون وقوع أي حدث.

$h_0(t)$ = معدل الخطورة القاعدي

لاحظ أنه لا يوجد β_0 للعمل كعارض أو عامل تدريج حيث أن هذا هو دور معدل الخطورة القاعدي $h_0(t)$.

القضية المعقدة الوحيدة بالنسبة لهذا النموذج هو حاجتنا إلى حساب الرقابة (الإطار 10.4).

الإطار 10.4 المراقبة

المراقبة هي عملية التعامل مع وقت المتابعة، حينما لا يقع الحدث الهام أثناء فترة المتابعة بأثرها. نمطياً، يكون ذلك بسبب الانسحاب من المتابعة أو للأسباب الأخرى لفقدان المتابعة، لكن قد يكون السبب أيضاً هو بقاء بعض المشاركين في كامل وقت المتابعة بدون وقوع الحدث. يقال أن وقت المتابعة للمشارك الواحد مراقب عند، 15 شهراً مثلاً، إذا كان الشخص خالياً من الأحداث لمدة 15 شهراً ثم إما فقد المتابعة أو انتهت الدراسة عند هذا الحد.

من ناحية أخرى، يُستَخدَم النموذج بشكل كبير مثل التحوف اللوجستي، ماعدا أنه يقدم تقديرات لنسب المخاطر أو الاختطار النسبي بدلاً من نسب الأرجحية. أي، بالنسبة للمتغير المستقل، x_1 = الجنس، حيث $x_1 = 1$ بالنسبة للذكور و$x_1 = 0$ بالنسبة للإناث، ثم يُستَخدَم المعامل β_1 في المعادلة:

$$e^{\beta_1} = RR_{males/females}$$

يفسر هذا المصطلح على أنه الاختطار النسبي للسمنة للذكور بالنسبة للإناث، المصححة بالنسبة للمصطلحات الأخرى في النموذج. المصطلح e^{β_1}، الناتج من تحليل المعطيات، هو أحد تقديرات هذا الاختطار النسبي.

بالنسبة للمتغير المستقل x_2 = العمر، المقاس بالسنوات، يكون للمصطلح تفسير مشابه لتفسير المنحنى في التحوف الخطي، وهو:

$$e^{\beta_2} = RR_{per\ year\ increment}$$

هذا التفسير يشبه تفسير نسبة الأرجحية في هذا المثال للتحوف اللوجستي.

منحنيات كابلان- ماير للبقاء Kaplan-Meier survival curves

يشيع استخدام منحنيات كابلان- ماير للبقاء لعرض معطيات البقاء (انظر الشكل 4.8). يمكن استخدام هذه المنحنيات لعرض أي نوع من أنواع المعطيات المعنية بالزمن والحدث. إذا كانت الوفاة هي الحدث الذي نسجله، عندئذ نستخدم المحور الرأسي لبيان نسبة الأحياء عند نقطة معينة من الزمن، ونسجل الزمن على المحور الأفقي. تتراوح هذه النسب من 1 عند البداية وتتناقص حتى تصل إلى الصفر في حال موت جميع أفراد المجموعة أثناء

المتابعة. إن منحنيات كابلان- ماير للبقاء واضحة وسهلة التفسير وسهلة الإجراء نسبياً. العيب الوحيد لها هو التعامل مع المراقبة، كما نوقش أعلاه. وقد حل كابلان وماير هذه المشكلة، ولهذا تحمل هذه المنحنيات إسميهما. كان حلهما هو اختطاط المنحنيات بزمن البقاء على المحور الأفقي بدلاً من زمن التقويم. ثم، باستخدام زمن المتابعة كمرجع، افترضا أن الشخص المراقب لمدة 15 شهراً ظل حياً حتـــى وقوع الحدث التالي في وقت المتابعة. أي، أنهما سمحا للشخص أن "يحيا" لفترة أطول قليلاً، لكن فقط حتـــى "وفاة" الشخص التالي.

اعتبارات حجم العينة Sample size issues

أحد المشاكل التـــي نقابلها في أغلب الأحيان في الاستقصاءات الوبائية هو اكتشاف مدى كبر العينة التـــي نحتاجها للإجابة على سؤال معين. يجب أن يكون حجم العينة كبيراً بشكل كاف حتـــى يكون للدراسة قوة إحصائية ملائمة – القدرة على توضيح ترابط ما إن وجد (انظر الفصل الثالث). نرتكز في حسابات حجم العينة على عدد من عوامل تصميم الدراسة:

- الانتشار
- الخطأ المقبول
- الفرق المكتشف

توجد صيغ متعددة وبرامج كمبيوتر تبسط المهمة بشكل كبير. هناك صيغتان مفيدتان وبسيطتان نسبياً وهما:

- اختبار– ت ثنائي العينة
- الاختبار الذي يقارن نسبتين

اختبار- ت ثنائي العينة Two sample t-test

بالنسبة لاختبار– ت ثنائي العينة، تكون الصيغة، بالنسبة إلى $\alpha = 0.05$،

$$N = n_1 + n_2 = \frac{4\sigma^2 \left(z_{0.978} + z_{1-\beta}\right)^2}{\left(d = \mu_1 - \mu_2\right)^2}$$

تحتاج هذه الصيغة أن نحدد التفاوت السكانـــي σ^2، والقيم من التوزع المعتاد بالنسبة إلى $z_{0.975} = 1.96$، $z_{1-\beta}$ و d = الفرق الذي نريد اكتشافه.

المصطلح $z_{1-\beta}$ يمثل القوة الإحصائية المطلوبة. المستوى المطلوب للقوة هو $1-\beta$ $= 0.80$. لذا، بالنسبة لمثال أوزان الجسم، $\sigma^2 = 64$ كيلوغراماً يكون معقولاً، $z_{0.975} = 1.96$، و$z_{0.80} = 0.842$ بحيث إذا أردنا رفض فرضية البطلان التـــي تقول أن لا فرق بين متوسطي المجموعتين عندما يكون الفرق بين هذين المتوسطين 4 كيلوغرامات أو أكثر، يكون الرقم المطلوب للعينتين مجتمعتين هو:

$$N = n_1 + n_2 = \frac{4\sigma^2\left(z_{0.978} + z_{1-\beta}\right)^2}{\left(d = \mu_1 - \mu_2\right)^2} = \frac{4(64)(1.96+0.842)^2}{4^2} = 125.62$$

من الشائع ألا تتوفر القيم بالنسبة إلى σ^2. في بعض الأحيان تنتج أرقام معقولة من الدراسات الأخرى؛ مع ذلك، من الفطنة حساب أكثر من قيمة واحدة لــ N، باستخدام مجموعات مختلفة من القيم بالنسبة إلى σ^2 و d وبالنسبة لمستويات القوة المختلفة. من المهم ملاحظة أنه بالنسبة لقيم القوة، $1-\beta > 0.80$، الزيادة في القوة لزيادة حجم العينة تكون صغيرة نسبياً.

***الاختبار المقارن للنسب* Test comparing proportions**

بالنسبة للاختبار المقارن للنسب، يكون الوضع شديد الشبه فيماعدا أن الصيغة تكون، بالنسبة إلى $\alpha = 0.05$:

$$N = n_1 + n_2 = \frac{4\left(z_{0.975} + z_{1-\beta}\right)^2 \left[\left(\frac{P_1 + P_2}{2}\right)\left(1 - \frac{P_1 + P_2}{2}\right)\right]}{\left(d = P_1 - P_2\right)^2}$$

لاحظ أنه ينبغي تحديد النسب السكانية P_1 وP_2. لذا، لاكتشاف الفرق بين $P_1 = 0.60$ و$P_2 = 0.70$، مع $\alpha = 0.05$، القوة $= 1-\beta = 0.80$، يكون الحساب هو:

$$N = n_1 + n_2 = \frac{4(1.96+0.842)^2\left[\left(\frac{0.60+0.70}{2}\right)\left(1 - \frac{0.60+0.70}{2}\right)\right]}{(d = 0.10)^2} = 714.46$$

في هذه الحالة أيضاً، من الفطنة إكمال هذا الحساب عدة مرات، وتغيير رافعة القوة وقيم P_1 وP_2.

التحليل التلوي Meta - analysis

يعرف التحليل التلوي بالتخليق الإحصائي للمعطيات من دراسات

متفرقة لكنها متشابهة (يمكن مقارنتها)، مما يؤدي إلى موجز مقاس للنتائج المشتركة لتحديد كل الميل (انظر الفصل الخامس)، كما يظهر مثال في (الشكل 8.5).

يختلف التحليل التلوي عن معظم الدراسات الطبية والوبائية في عدم جمع معطيات جديدة. بدلاً من ذلك، تُجَمَّع النتائج من دراسات سابقة. خطوات إجراء التحليل التلوي تشمل:

- تكوين صيغة للمشكلة وتصميم الدراسة
- تحديد الدراسات ذات العلاقة
- استثناء الدراسات التـي تدار بشكل سيء أو التـي بها أخطاء منهجية كبيرة
- قياس وجمع وتفسير النتائج

يعتبر تحديد الدراسات وما إذا كانت هذه الدراسات مدرجة أو مستثناة من التحليل التلوي من العوامل الحاسمة. الخطوة الأخرى الهامة هو قياس نتائج هذه الدراسات بتدرج واحد، وهذا يسمح بإجراء المقارنات بين الدراسات حتـى لو استخدمت مقاييس مختلفة للنتيجة. يُعَد التحليل التلوي طريقة علمية جديدة نسبياً: البحث داخل أفضل التقنيات المستخدمة ما زال جارياً ويمتد داخل مناطق جديدة. أيضاً لم يُقبَل بعد كما قُبِلَتْ التقنيات الإحصائية الأخرى التـي لها شعبية أطول في الاستخدام.

زاد استخدام التحليل التلوي في الطب والوبائيات في السنوات الأخيرة لأسباب أخلاقية، واعتبارات التكلفة، والحاجة إلى الحصول على فكرة عامة عن آثار تدخل معين في مجموعات سكانية مختلفة. هذا حقيقي لاسيما في مجال التجارب السريرية، حيث يكون حجم عينة التجارب الفردية صغيرة جداً في أغلب الأحيان ليسمح باستخلاص الاستنتاجات من أي تجربة، على الرغم من إمكانية استخلاص الاستنتاجات من النتائج المكدسة. على سبيل المثال، أظهر التحليل التلوي أن الأسبرين له أثر واضح في الوقاية من النوبة القلبية الثانية أو السكتة، حتـى لو لم توضح قطعياً دراسة واحدة ذلك. يتم تناول هذه الاعتبارات بتفصيل أكبر في الفصل القادم حول التسبيب.

أسئلة للدراسة

1.4 احسب المتوسط والناصف والتفاوت والانحراف المعياري والخطأ المعياري للعينة حيث $n = 10$ أوزان الجسم المقدمة في هذا الفصل.

2.4 لماذا يعلن عن دخل الفرد في أغلب الأحيان على أنه الدخل الناصف بدلاً من متوسط الدخل؟

3.4 ماهي الاختلافات الرئيسية فيما بين التحوف الخطي، والتحوف اللوجستـــي، ونماذج التحوف لتحاليل البقاء؟

4.4 أيهما يفضل أكثر، فترة ثقة واسعة أم فترة ضيقة ولماذا؟

5.4 ما المعلومات التـــي يجب أن يحتوي عليها عنوان جدول يمثل معطيات أو نتائج؟

6.4 ما تفسير المعامل $b_1 = 5$ بالنسبة لمتغير الجنس المستقل، حيث $x_1 = 1$ بالنسبة للذكور و$x_1 = 0$ بالنسبة للإناث عندما تكون ناتجة من نموذج تحوف متعدد حيث y = وزن الجسم (بالكيلوغرام) مثل المتغير الاتكالي؟

7.4 ما تفسير المعامل $b_1 = 5$ بالنسبة للمتغير المستقل x = العمر (بالسنوات)، عندما ينتج عن نموذج تحوف متعدد حيث y = وزن الجسم (بالكيلوغرام) مثل المتغير الاتكالي؟

المراجع

1. Hosmer DW, Lemeshow S. *Applied Logistic Regression* 2nd ed. John Wiley & Sons Inc., New York, 2000.
2. Hosmer DW, Lemeshow S. *Applied Survival Analyses: Regression Modeling of Time to Event Data.* John Wiley & Sons Inc., New York, 1999.
3. Petitti DB. *Meta-Analysis, Decision Analysis and Cost-Effectiveness Analysis: Methods for Quantitative Synthesis in Medicine.* New York, Oxford University Press, 1994.
4. Whitehead A. *Meta-Analysis of Controlled Clinical Trials.* Chichester, John Wiley & Sons Ltd., 2002.
5. Draper NR, Smith H. *Applied Regression Analyses* 3rd ed. New York, John Wiley & Sons Inc, 1998.
6. Gilbert EW. Pioneer maps of health and disease in England. *Geog J* 1958;124:172-183.
7. Tufte ER. *The visual display of quantitative information.* Cheshire, Graphics Press, 1983.
8. Gordon B, Mackay R, Rehfuess E. *Inheriting the world: the atlas of children's health and the environment.* Geneva, World Health Organization, 2004.