مفاهيم في الاختبارات الإحصائية

سنركز هنا فقط على أمثلة من المفاهيم الخاصة بالاختبارات الإحصائية متمثلة فقط في اختبار **t** واختبار $\mathbf{x^2}$.

أولا: اختبار t

إن اختبار t على وجه العموم يعمل للوصول إلى إجابة شافية عن السؤال: هل الوسطين الحسابيين (لمتغير الدخل مثلا) لمجموعتين من الأسر يختلفان عن بعضهما اختلافا جوهريا ذو دلالة إحصائية معنوية أم أن الفرق يمكن أن يكون عارضا أو عشوائيا؟ ولإلقاء الضوء بصورة موجزة على هذا الاختبار لابد لنا أولا من التفريق بين الأنواع الثلاثة من اختبارات t :

1. **اختبار** t **للعينة الواحدة** One sample t-test
2. **اختبار** t **لعينتين مستقلتين** Independent sample t-test
3. **اختبار** t **لعينتين متلازمتين (أو مقترنتين)** Paired sample t-test

وقبل التمهيد لكل نوع يجب أن نشير إلى إن حساب t يتطلب الحصول على ما يلي:

4. الوسط الملاحظ للعينتين $\overline{x_1}$ and $\overline{x_2}$
5. الانحراف المعياري لكل عينة SD_1 and SD_2
6. عدد الملاحظات (أو المفردات) في كل عينة η_1 and η_2

اختبار t للعينة الواحدة One sample t-test

هنا تتم المقارنة بين الوسط الحسابي للعينة المدروسة بوسط حسابي آخر يسمى الوسط الحسابي للمجتمع Population mean (أيضا يسمى الوسط الحسابي النظري Theoretical mean)، و تتم صياغة الفرض اللازم للاختبار في هذه الحالة كما يلي:

H_0: لا توجد فروق ذات دلالة معنوية بين وسط العينة ووسط المجتمع

H_1: توجد فروق ذات دلالة معنوية

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال:

أظهرت الدراسات في الولايات المتحدة الأمريكية أن النساء الفقيرات يلدن أطفالا ناقصي الوزن أكثر من نظيراتهن غير الفقيرات، وأن المتوسط العام لأوزان الأطفال حديثي الولادة هو 3300 جرام بينما نفس المتوسط لمواليد النساء الفقيرات هو 2800 جرام. أحد المراكز الصحية أعد برنامجا خاصا لرعاية النساء الفقيرات أثناء فترة الحمل وذلك في محاولة لتقليل ظاهرة نقص الوزن لمواليد هذه الفئة من النساء على وجه الخصوص. شارك في البرنامج 25 من الأمهات صنفن على أنهن فقيرات وكان متوسط وزن الأطفال عندهن = 3075 جرام. بناء على ذلك يمكننا صياغة الفروض على النحو التالي:

H_0: لا يوجد تأثير للبرنامج الخاص على أوزان المواليد للنساء الفقيرات

H_1: يوجد تأثير جوهري للبرنامج على الأوزان

كما ذكرنا سابقا فإن حساب قيمة t للعينة الواحدة يتطلب ما يلي:

1. **الوسط الحسابي للمتغير المراد تحليله وذلك من العينة المختارة (نسميه الوسط الملاحظ)**
2. **الوسط الحسابي للمتغير المراد تحليله وذلك من المجتمع أو من دراسات سابقة (نسميه الوسط المتوقع)**
3. **الانحراف المعياري (SD) لنفس المتغير من نفس العينة المدروسة**
4. **حجم العينة المدروسة (n)**

من المثال أعلاه تم حساب القيم التالية:

1. **متوسط الوزن من أطفال العينة = 3075 جرام (الوسط الملاحظ)**
2. **متوسط وزن المواليد لكل النساء الفقيرات 2800 جرام (الوسط الحسابي للمجتمع)**
3. **الانحراف المعياري لأوزان المواليد من العينة المدروسة 500 جرام**
4. **حجم العينة n = 25**
5. **درجات الحرية = ن - 1**

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اختبار t لعينتين مستقلتين Independent sample t-test

إن مصطلح "مستقلة" يعني أن العينتين (A & B) قد تم اختيار كل واحدة منهما من مجتمع الدراسة بصورة مستقلة تماما عن الأخرى. مثلا إذا قام أحد المختصين بتجربة سماد عضوي على 20 شجرة نخيل تم اختيارها عشوائيا من بين مئات الأشجار وجعل 20 أخرى - تم اختيارها أيضا عشوائيا من نفس المجتمع - كعينة ضابطة – أي لا تخضع لتجارب السماد. من الطبيعي أن يتوقع الباحث وجود تأثير للسماد على المجموعة الأولى (التجريبية Treatment T) مقارنة بالمجموعة الثانية (الضابطة Control C). في هذه الحال يجب بناء الفروض على النحو التالي:

H_0: لا توجد فروق جوهرية في إنتاجية النخيل بين المجموعتين المختارتين من الأشجار نتيجة لاستخدام السماد في المجموعة الأولى

H_1: توجد فروق جوهرية في إنتاجية النخيل بين المجموعتين المختارتين من الأشجار نتيجة لاستخدام السماد في المجموعة الأولى

ورياضيا يمكن تمثيلها كما يلي:

$$ت = \frac{س^- - ص^-}{\sqrt{(تباين\ س\ /\ ن) + (تباين\ ص\ /\ ن)}}$$

أي أن قيمة ت المحسوبة = $\frac{\text{الوسط الحسابي لـ س} - \text{الوسط الحسابي لـ ص}}{\text{الخطأ المعياري (خ م)}}$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مثال:

الجدول التالي يوضح أوزان مجموعتين من البنات من نفس الفصل الدراسي تركت إحداها (س) بدون تمارين تخسيس (الضابطة Control C) و أخضعت الأخرى (ص) للتمارين (التجريبية Treatment T). وبعد نهاية برنامج التدريب تم استخراج الجدول التالي لأوزان كل مجموعة

رقم البنت في كل مجموعة	الوزن بدون تمارين س	الوزن بعد التمارين ص	الفرق بين س و ص
1	64.8	63.5	1.3
2	70.5	68.8	1.7
3	69.3	67.6	1.7
4	55.5	54.1	1.4
5	61.4	59.9	1.5
6	69.7	68.6	1.1
7	68.8	66.7	2.1
8	64.6	63.0	1.6
9	63.8	61.8	2.0
10	61.9	59.4	2.5
11	69.4	68.4	1.0
12	63.0	61.1	1.9
13	75.5	73.9	1.6
14	69.4	68.2	1.2
15	59.1	58.1	1.0
تباين	27.027	27.436	0.185
متوسط تباين	1.802	1.829	
جمع المتوسطين			3.631
الخطأ المعياري	1.9055		0.111
وسط حسابي	65.78	64.21	1.573

درجات الحرية = $ن_{س} + ن_{ص} - 2$ = 15 + 15 – 2 = 28

قيمة تي المحسوبة = 0.256– (بتطبيق القانون)

قيمة تي المجدولة تحت 0.05و درجات حرية 28 = 1.701

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اختبار t لعينتين متلازمتين (أو مقترنتين) Paired sample t-test

لهذا النوع من الاختبارات فإن

$$t = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}}$$

حيث $\bar{d}$ تمثل متوسط الفرق في الإنتاجية قبل وبعد التجربة، بينما s_d تمثل الخطأ المعياري لذلك الفرق. في هذه الحالة يجب أن يكون حجم العين n متساويا في العينتين قبل وبعد التجربة، كما يجب أن تكون كل مفردة بعد التجربة مقابلة لمفردتها قبل التجربة، **وأن درجات الحرية** $df = n - 1$.

مثال: **تم اختيار8 شجرات نخيل بصورة عشوائية عند لحظة الحصاد وتم تسجيل الإنتاجية لكل شجرة. بعد الحصاد أخضعت نفس الشجرات لسماد خاص بزيادة الإنتاجية، لذا يبقى سؤال البحث: هل هناك تحسن جوهري في إنتاجية النخيل نتيجة لإدخال عنصر السماد؟ ولبناء وصياغة فرض البحث يمكن أن يتم ذلك كالأتي:**

H_0: **السماد لا يزيد الإنتاجية وهذا ما نسميه** one-tailed t-test **لأننا حددنا اتجاه التغير**

H_1: **السماد يزيد من الإنتاجية**

أو

H_0: **لا يوجد تأثير جوهري للسماد على الإنتاجية (سلبا أو إيجابا) وهذا ما نسميه ب** two-tailed t-test

H_1: **يوجد فرق في الإنتاجية أي تأثير جوهري للسماد**

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

في القسم التالي سنحاول تتبع الخطوات اللازمة لحساب الأنواع المختلفة من اختبار t وذلك تفاعليا عبر شبكة الانترنت.

خطوات اختبار t للعينات المتلازمة Paired sample

1. كتابة العنوان

http://calculators.stat.ucla.edu/twosamp/

على شاشة العناوين في شبكة الانترنت (من أي موقع) ليظهر لك الشكل التفاعلي الأول التالي (شكل 1)

2. بعد إدخال البيانات وتحديد نوع الاختبار المطلوب اضغط على مفتاح **Submit** لتظهر لك شاشة النتيجة النهائية كما في الشكل (2)

من النتيجة والقيمة الكبير الواضحة لقيمة (p = 0.75) في الشكل (2) يتضح لنا أننا لا نستطيع رفض فرض العدم القائل بأن الإنتاجية لا تتغير بعد المعالجة بالسماد. هذا يعني أن السماد الذي تم استخدامه غير فعال. ولكي تكون النتيجة عكس ذلك كان لابد لقيم p أن تكون أصغر من 0.05 .

الشكل (2): النتيجة النهائية لاختبار t لعينتين مقترنتين Paired sample

Mean Difference	-4.166667
Standard Deviation Difference	5.967081

t-statistic	-0.698275
degrees-of-freedom	11
p-value	0.750250

يمكن للباحث أيضا استخدام نفس البيانات وتحليلها في شكل أخر من أشكال الحاسبات الإحصائية الموجودة على وذلك حسب الخطوات التالية:

1. دخول الموقع **http://www.physics.csbsju.edu/stats/Paired_t-test_NROW_form.html**

الشكل التالي يظهر على الشاشة (شكل 1)

شكل (1)

Paired Student's *t*-Test: How many items?

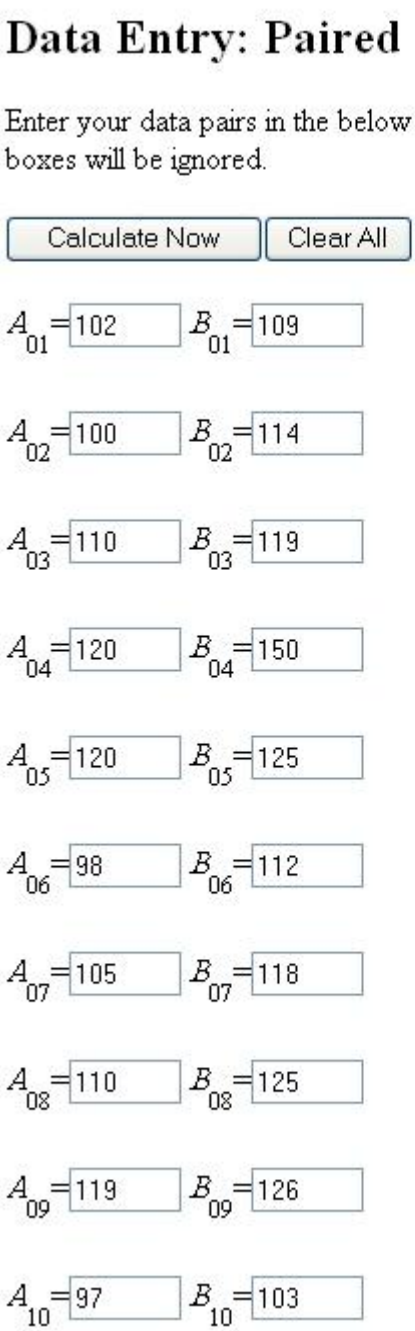
You are about to enter pairs of data so that a paired Student's *t*-test can t harm in over estimation: blanks will be ignored. Max=99, Min=3)

Number of items: [ ] Submit

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2. حدد حجم العينة ولنفترض أنها 10 واكتبه على المربع الخالي ثم اضغط على مفتاح **Submit**
3. قم بإدخال البيانات مباشرة في العمود الخاص بكل متغير كما في الشاشة التالية (شكل 2)
4. اضغط على المفتاح **Calculate Now** للحصول على المطلوب. كما في الشكل (3)

شكل (2)



شكل (3)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

Paired Student's t-Test: Results

The results of a paired t-test performed at 04:26 on 5-FEB-2006

t= -5.16
degrees of freedom = 9

The probability of this result, assuming the null hypothesis, is 0.001

وبما أن قيمة (**p** = 0.001) تكاد تؤول للصفر فذلك يقودنا إلى خلاصة أن الفرق بين متوسطات المتغيرين محور الدراسة (A & B) فرق جوهري واستنادا على قيمة **p** فإننا نخلص إلى رفض فرض العدم القائل بعدم وجود فروق جوهرية قبل وبعد المعالجة Treatment ونقبل بالفرض البديل القائل بوجود فروق جوهرية وذلك على مستوى المعنوي 0.01

اختبار t للعينة الواحدة One sample t-test

الموقع: http://www.graphpad.com/quickcalcs/OneSampleT1.cfm?Format=SD

مثال: أظهرت الدراسات في الولايات المتحدة الأمريكية أن النساء الفقيرات يلدن أطفالا ناقصي الوزن أكثر من نظيراتهن غير الفقيرات، وأن المتوسط العام لأوزان الأطفال حديثي الولادة هو 3300 جرام بينما نفس المتوسط لمواليد النساء الفقيرات هو 2800 جرام. أحد المراكز الصحية أعد برنامجا خاصا لرعاية النساء الفقيرات أثناء فترة الحمل وذلك في محاولة لتقليل ظاهرة نقص الوزن لمواليد هذه الفئة من النساء على وجه الخصوص. شارك في البرنامج 25 من الأمهات صنفن على أنهن فقيرات. بناء على ذلك يمكننا صياغة الفروض على النحو التالي:

H_0: لا يوجد تأثير للبرنامج الخاص على أوزان المواليد للنساء الفقيرات
H_1: يوجد تأثير جوهري للبرنامج على الأوزان

كما ذكرنا سابقا فإن حساب قيمة t للعينة الواحدة يتطلب ما يلي:

6. **الوسط الحسابي للمتغير المراد تحليله وذلك من العينة المختارة (نسميه الوسط الملاحظ)**
7. **الوسط الحسابي للمتغير المراد تحليله وذلك من المجتمع أو من دراسات سابقة (نسميه الوسط المتوقع)**
8. **الانحراف المعياري (SD) لنفس المتغير من نفس العينة المدروسة**
9. **حجم العينة المدروسة (n)**

من المثال أعلاه تم حساب القيم التالية:

1. **متوسط الوزن من أطفال العينة = 3075 جرام (الوسط الملاحظ)**
2. **متوسط وزن المواليد لكل النساء الفقيرات 2800 جرام (الوسط الحسابي للمجتمع)**
3. **الانحراف المعياري لأوزان المواليد من العينة المدروسة 500 جرام**
4. **حجم العينة n = 25**

لاستخدام الحاسبة الإحصائية للبيانات السابقة نتبع الخطوات التالية:

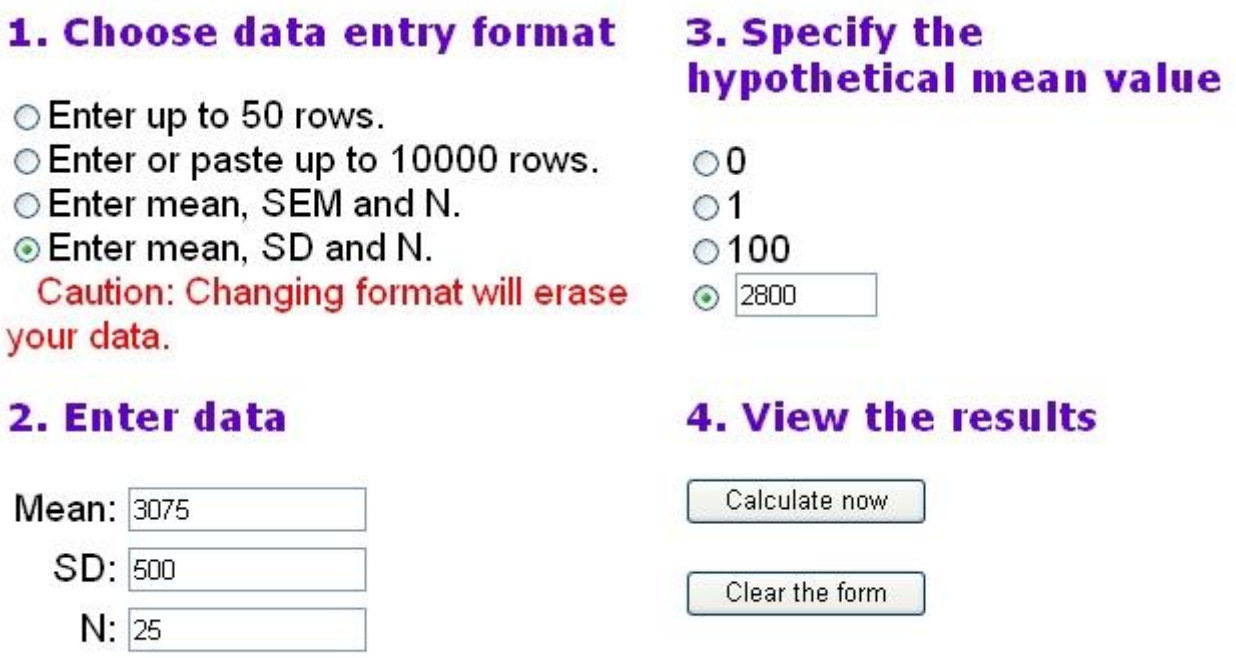
1. **إدخال العنوان على شريط العناوين كما يلي:**

http://www.graphpad.com/quickcalcs/OneSampleT1.cfm?Format=SD

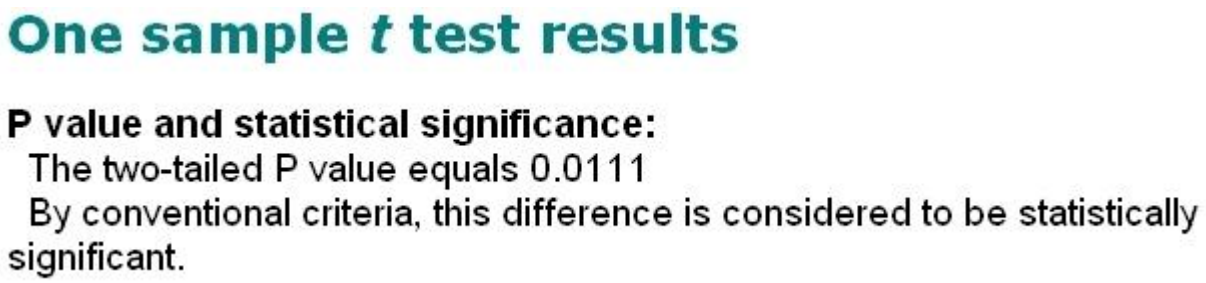
PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يبدو على الشاشة الشكل التالي والذي منه تختار نوع الاختبار المطلوب. قم بإدخال متطلبات حساب t كما موضح أعلاه وذلك بإتباع الخطوات (1 – 4) على الشاشة الأولى وذلك كما يلي:

شكل يوضح الشاشة الأولى لاختبار t للعينة الواحدة والقيم المدخلة



2. بالضغط على مفتاح **Calculate now** يتم حساب المطلوب ويظهر العرض التالي:



3. من خلال القيمة الاحتمالية (p = 0.011) فإن الفرق جوهري وذو دلالة معنوية مما يعني تأثير وفعالية البرنامج في إنقاص معدلات الوزن الناقص بين مواليد النساء الفقيرات إذا اتبعن برنامج الرعاية الصحية للأمهات أثناء فترة الحمل (أي رفض فرض العدم H_0 وقبول الفرض البديل H_1)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ثانيا: اختبار مربع كاي

هذا الاختبار من الاختبارات واسعة الانتشار أيضا حيث يمكن استخدمه في حالتين:

1. اختبار مربع كاي للاستقلالية Chi square test of independence

وهنا يتم اختبار العلاقة بين متغيرين لاختبار وجود أو عدم وجود تلازم بينهما. ومن الشروط الواجب توفرها لإجراء هذا البحث أن القيم المتوقعة في التوزيع التكراري في كل خلية يجب أن يكون أعلى من 1، كما أن عدد الخلايا التي تحوي تكرارات تحوي أقل من 5 يجب ألا يتعدى 20% من إجمالي الخلايا. وفوق ذلك كله يجب أن تكون التكرارات الملاحظة في كل خلية هي تكرارات مستقلة ومتنافية mutually exclusive. وفي مثل هذا النوع من الاختبارات يمكن بناء وصياغة الفروض كالتالي:

H_0: لا يوجد تلازم بين - مثلا – الحالة التعليمية والتدخين

H_1: يوجد تلازم بين الحالة التعليمية والتدخين

لنفترض أن الجدول المراد تحليله يصف توزيع المدخنين وغيرهم على حسب حالتهم التعليمية كما يلي:

التدخين	الحالة التعليمية		المجموع
	متعلم	غير متعلم	
مدخن	15	26	41
لا يدخن	55	4	59
المجموع	70	30	100

كيفية حساب مربع كاي للاستقلالية للجدول أعلاه

1. الدخول للموقع:

http://schnoodles.com/cgi-bin/web_chi_form.cgi

ليظهر الشكل (1):

This page allows you to perform the chi square test for statistical significance
information, select one of the options above.

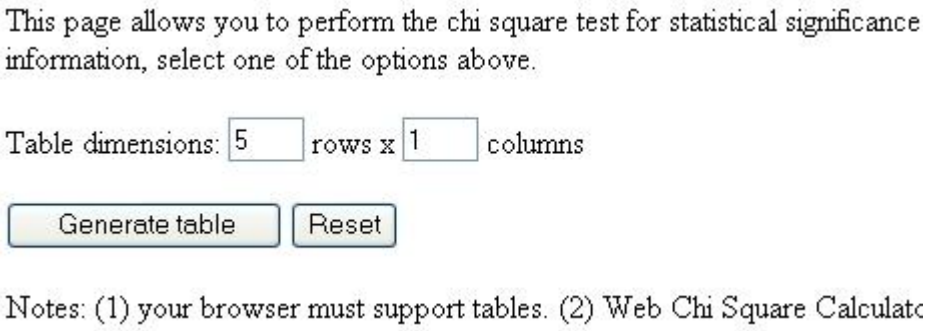
Table dimensions: rows x columns

Generate table Reset

Notes: (1) your browser must support tables. (2) Web Chi Square Calculatc

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2. **بعد ظهور الشكل (1) أعلاه، حدد أبعاد الجدول المراد تحليل بياناته وذلك بتحديد عدد الصفوف وعدد الأعمدة ثم اضغط على مفتاح Generate table كما في الشكل التالي (شكل 2)**



1. وكما هو واضح من الجدول فإنه يحوي صفين (مدخن، لا يدخن) و عمودين (متعلم، غير متعلم) لهذا يطلق عليه جدول 2 x 2 ادخل البيانات من الجدول للحاسبة ثم اضغط على مفتاح Calculate لتظهر الشاشة كما في (شكل 3)
2.

شكل (3)

(هنا ادخل نتيجة مربع كاي ثم علق عليها)

2. اختبار مربع كاي للتوافق والمطابقة Chi square test of goodness of fit

وتستخدم هذا الاختبار لقياس التمركز أو التشتت بين توزيعين ملاحظ و متوقع، أو بصيغة أخرى، يستخدم لاختبار ما إذا كانت عينة البيانات محور الدراسة تمثل توزيعا محددا لمجتمع معين.

مثال: الجدول التالي يبين إنتاجية القمح بالكيلوجرامات لعدد 4 أنواع من الترب. كان من المتوقع ألا تتأثر الإنتاجية بنوعية التربة بل تتساوى جميعها في الإنتاجية.

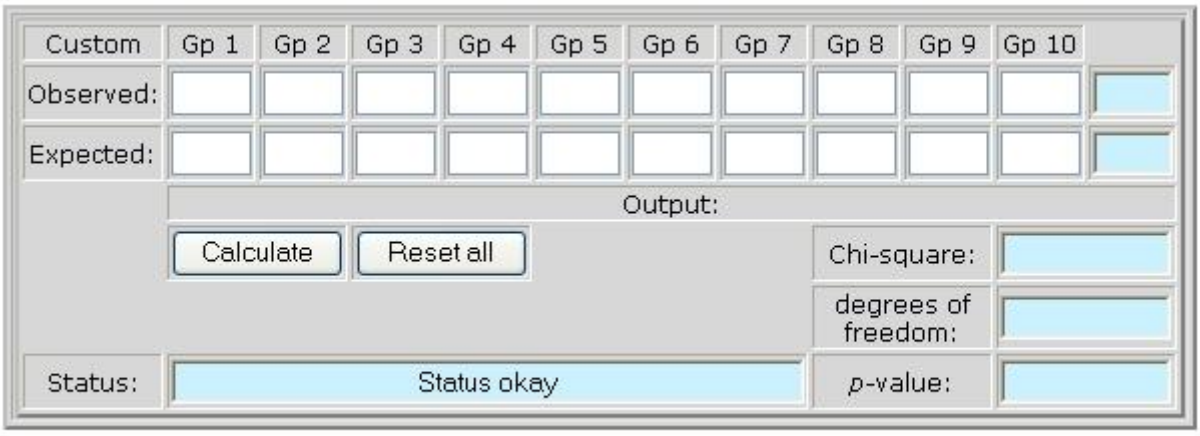
الإنتاج	أنواع الترب				الإجمالي
	خليط رملي طيني	طينية سوداء	طينية حمراء	فيضية	
إنتاج ملاحظ	900	1600	700	1300	4500
إنتاج متوقع	1125	1125	1125	1125	4500

كيفية حساب مربع كاي للتوافق والمطابقة للجدول أعلاه

3. **الدخول للموقع: http://www.unc.edu/~preacher/chisq/chisq.htm ليظهر الشكل (1)**

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

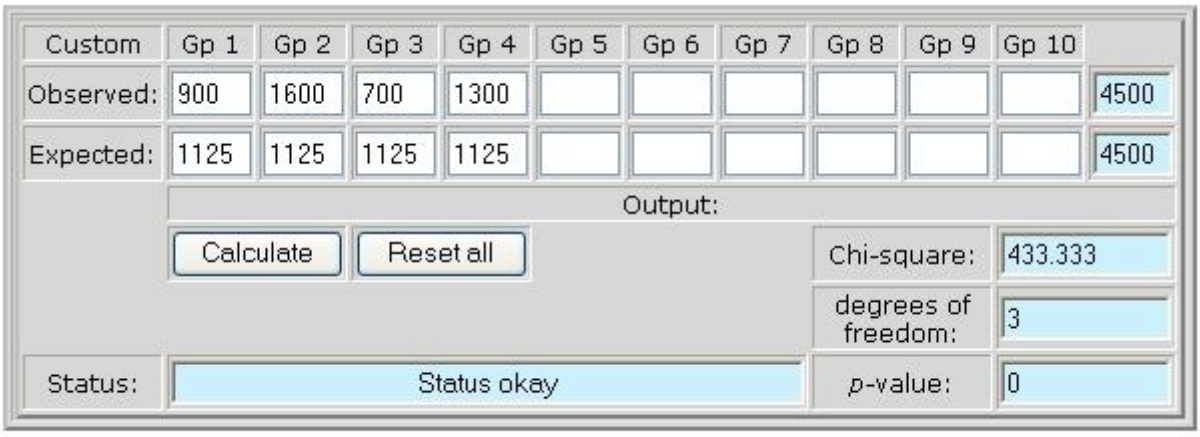
شكل
(1)



---

4. **بعد ظهور الشكل (1) أعلاه، قم بإدخال القيم الملاحظة (Observed) والقيم المتوقعة (Expected) من الجدول و من ثم اضغط على مفتاح Calculate لتظهر الشاشة التالية كما في الشكل (2). وبما أن قيمة p = 0 فإن الباحث يمكنه وبشكل واثق من القول بأن الفرق الملاحظ في الإنتاجية بين الأنواع الأربعة من الترب فرق جوهري و له دلالة إحصائية معنوية – أي رفض فرض العدم والقاضي بتساوي الإنتاجية بين أنواع الترب**

شكل 2



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تحديد حجم العينة

قبل الدخول في وصف الطريقة التي يمكن أن نحسب بها حجم العينة المناسب لابد لنا من عرض مفهومين أساسيين في حساب حجم العينة هما فترة الثقة Confidence interval و مستوى الثقة Confidence Level

- **فترة الثقة Confidence interval**
عندما يقوم الباحث مثلا بأخذ عينة عشوائية لفحص الملا ريا بين تلاميذ المدارس في أحد المجتمعات مستخدما 3% كفترة ثقة ووجد أن 16% من العينة المفحوصة مصابين بالملا ريا فذلك يعني أن ما بين 13% (16 – 3) و 19% (16 + 3) من كامل مجتمع التلاميذ مصابين بالملا ريا إذا تم إجراء فحص شامل لهم. إذن فترة الثقة تعني الفترة أو المسافة التي يكون فيها الباحث واثقا فيها من صدق تنبؤاته حول المجتمع فيما يختص بالمتغير محور الدراسة. ومن الواجب الإشارة إلى ضرورة أن تكون العينة المختارة عشوائية تم انتقاؤها بطريقة سليمة وأنها تمثل المجتمع تمثيلا صادقا.
- **مستوى الثقة Confidence level**
تعرف على أنها حد كمي لثقة الباحث في خلاصة نتائجه، ويعبر عنها كنسبة مئوية. فعندما نقول عند مستوى 95% فهذا يعني أن الباحث واثق بنسبة 95% من نتيجته التي توصل إليها. وفي مثالنا عن التلاميذ يمكن للباحث أن يقول أنه واثق بنسبة 95% أن الإصابة بمرض الملا ريا بين كل مجتمع التلاميذ سوف تكون في المدى بين 13% - 19%، وكلما زادت فترة الثقة زاد التأكد.
- **مستوى المعنوية (Level of significance) للفرض الإحصائي ما هو إلا قيمة احتمالية، فإذا كان مستوى المعنوية = 0.05 فهذا يعني أن هنالك احتمال قدره 5% فقط لرفض فرض العدم H0 بينما هو في الحقيقة مقبول. هذه الحال تسمى خطأ من النوع الأول Type I error**

ثالثا: حساب حجم العينة

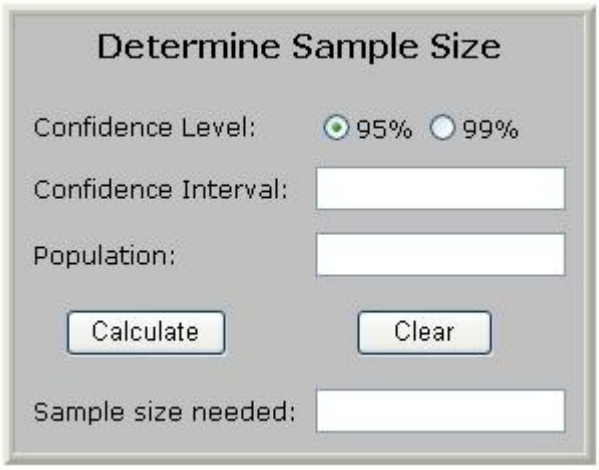
لحساب حجم العين اتبع الخطوات التالية:

1. **الدخول للموقع التالي:**

بعد ظهور الشكل التالي (شكل 1) قم بإدخال البيانات المطلوبة

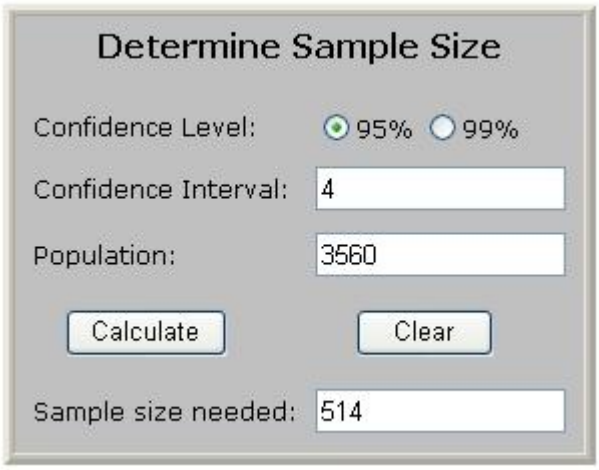
2. **حدد مستوى الثقة المطلوب(95% أو 99%) ولنفترض أنه 95%، فترة الثقة المطلوبة (4)، ثم حدد حجم المجتمع N وذلك من البيانات المتوفرة لديك من إطار المسح Sample frame. ولنفترض أن حجم المجتمع = 3560 . أضغط على مفتاح Calculate (شكل 2) ليتضح أن حجم العينة المطلوب يساوي 514**
3. **يمكن معرفة فترة الثقة Confidence interval وحسابها من خلال الشاشة في الشكل (3)**

شكل (1)

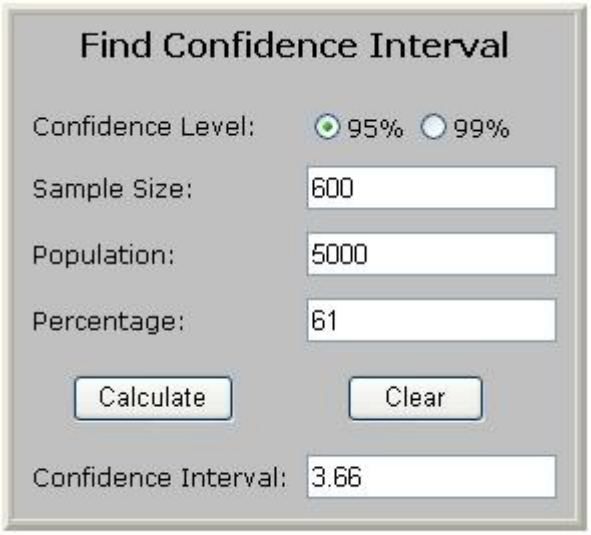


PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

شكل (2)



شكل (3)

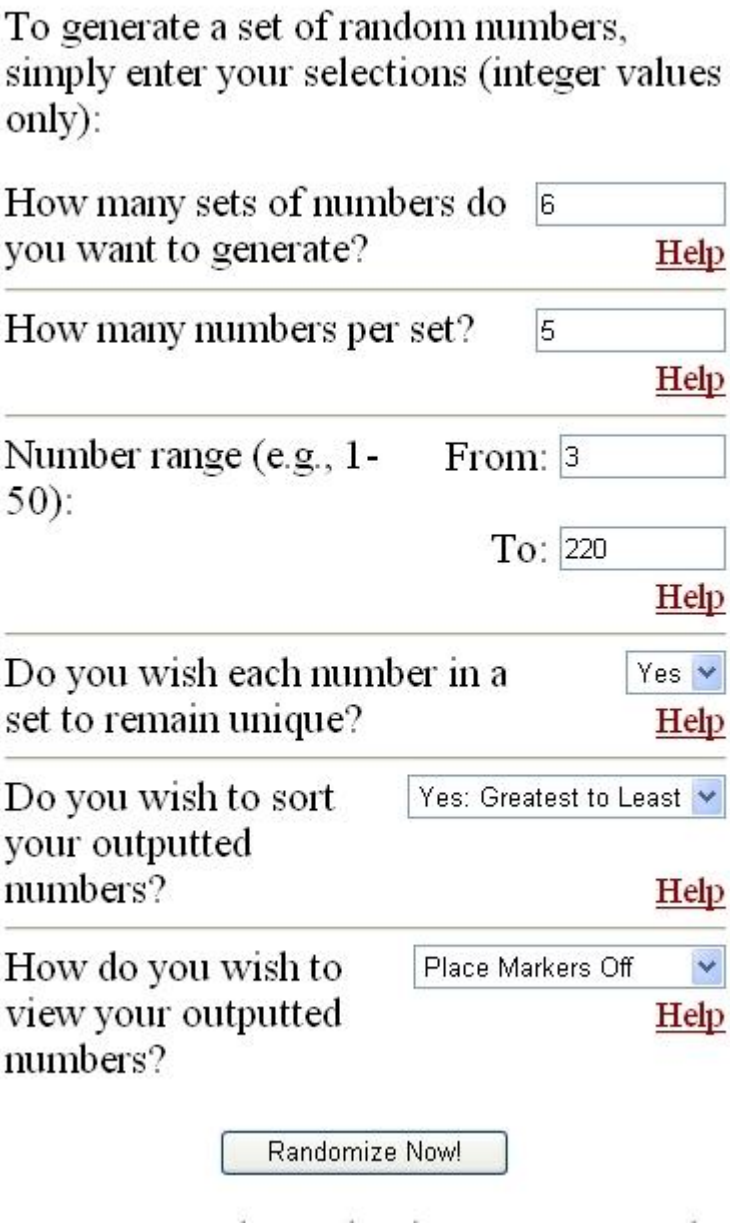


رابعا: تحديد الأرقام العشوائية

1. **الدخول للموقع http://www.randomizer.org/form.htm وملء الخيارات المتاحة لك في الشكل التالي (شكل 1)، وبعد الانتهاء اضغط على مفتاح Randomize Now! ليظهر الشكل (2) وفيه الأرقام التي تم اختيارها مرتبة بالطريقة التي اخترتها.**

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الشكل (1)



PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الشكل (2)

Range: From 3 to 220 -- Sorted from Greatest to Least

Job Status: **Finished**

Set #1:

202, 172, 161, 48, 11

Set #2:

220, 104, 94, 54, 41

Set #3:

188, 145, 124, 112, 26

Set #4:

206, 114, 45, 32, 6

Set #5:

211, 192, 95, 77, 76

Set #6:

85, 55, 36, 17, 7

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مواقع للزيارة

http://faculty.vassar.edu/lowry/corr3.html
http://faculty.vassar.edu/lowry/VassarStats.html

VassarStats

Calculators for Statistical Table Entries

- z to P
- chi-square to P
- t to P
- r to P
- F to P
- Fisher r-to-z transformation
- .05 and .01 critical values of the Studentized range statistic Q
- Odds Ratio & Log Odds Ratio

Chi-Square to P Calculator

Chi-Square	df	P

Reset Calculate

Chi-Square	df	P
16	6	

Reset Calculate

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com