المحاضرة الرابعة: في فلسفة الرياضيات

تمهيد:

تعتبر الرياضيات من العلوم التي يمكن تسميتها بعلوم المغامرة، لأن نتائجها غير متوقعة وتتغير بمجرد تغير جزئيات بسيطة في قضايا الانطلاق، كما أنها من العلوم الأولى التي انفصلت عن الفلسفة وصنعت لنفسها منهجا خاصًا طبقته على مواضيع دراستها، لذلك ظلت لقرون عديدة نموذج العلم الصحيح الذي يكتسب معيار صدقه من ذاته دون اهتمام بالواقع الذي تعبر عن مضمونه بواسطة أعداد ورموز، أما عن منهجها فقد اعتمدت على الحدس في اكتشاف الحقائق البديهية أو كما كان يسميها ديكارت بالمبادئ الفطرية، حين اعتبرتها منطلقاتها التي لا يمكن أن يتطرق إليها الشك، ثم الانطلاق من خلالها عن طريق الاستنتاج من أجل استخلاص نتائج جديدة، لذلك فالحدس أكسبها خصوبة الاكتشاف والاستنتاج أضفى عليها تماسكًا منطقيًا جعلها لا تقع في تناقض مع المقدمات التي انطلقت منها، وهذا ما جعل العلماء ينبهرون بها ويسعون إلى صياغة قضاياهم وفق النموذج الرياضي[1].

لكن رغم الدقة والصرامة التي عرفت بها الرياضيات إلا أن هذا لم يمنع من وقوعها في أزمات أو لحظات حرجة عبر تاريخ تطورها، هذه الأزمات جعلت من الرياضيين يندهشون أمامها ويعيدون الاعتقاد الذي كان راسخًا في الكثير من المبادئ والمنطلقات كانت قبل ذلك محل ثقة واتفاق، من هنا يمكن أن نتساءل عن طبيعة الرياضيات، وما هي أسسها؟ وما هي أهم الأزمات التي شهدها تاريخها؟

1- الرياضيات بين العلم والمنهج:

صُنفت الرياضيات منذ القدم ضمن العلوم الدقيقة، واكتسبت هذه الصفة لاحتوائها على قضايا ضرورية، ومنهج امتاز باليقين المطلق، لذلك رغبت جميع العلوم من التقرب منها واستعارة لغتها ومنهجها قصد الوصول إلى درجة يقينها[2]. ومع هذا يصعب إيجاد تعريف دقيق للرياضيات، خاصة بعد تطور مجال بحثها واستعارة الكثير من العلوم منهجيتها، لكن هذا لا يمنع من تحديد بعض معالمها بالرجوع إلى بعض الموسوعات، فوردت في معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم على "أنها تلك العلوم التي موضوعها العدد والكم، وتشمل الحساب والجبر والهندسة ونحوها، يكون موضوعها الكم، فإذا كان هذا الكم متصلا كالامتداد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم الهندسة، وإذا كان منفصلا كالعدد سمي العلم الذي يبحث فيه بعلم العدد، وهو يشمل الحساب والجبر، ويطلق اصطلاح الرياضيات الكلية

على الطّريقة التي لا تفتقر إلى المادة في تفسير كل ما تتناوله من أمور متصلة بالترتيب والتناسب، وذلك على النّحو الذي وضعه ديكارت في تفسير كل شيء بالامتداد والحركة، وقد سميت طريقته هذه بالرياضيات الكلية، لأنها تجعل العلوم الطبيعية جزء من الرياضيات"[3].

كانت الرياضيات الكلاسيكية تتميز بـــ"التمييز" بين الموضوع والمنهج، لكن اختلف هذا مع التطور الذي عرفته الرياضيات حيث دمج المنهج في الموضوع،[4] ولم يعد الرياضيون يقيمون أي فرق بين المنهج المتبع وموضوع الدراسة، نظرًا للانداج الذي حصل بين الحدين، وهذا ما ساهم في إعطاء الرياضيات دفعة قوية في مجال تقدمها، لذلك أصبح تعريفها يربط بالمنهج الذي تتبعه، بقد أصبحت تعرف بـــ "العلم الاستنباطي، قضاياه تحليلية، فهي تجلب الحقائق من معاني الألفاظ الرياضية، وبالتأليف بين هذه المعاني البسيطة نصل إلى نظريات مركبة ثم نثبت صحة هذه النّظريات بتحليلها إلى تلك المعاني البسيطة"[5].

2- أصول الرياضيات لدى المصريين والبابليين:

لم تظهر الرياضيات كعلم نظري كما نعرفها اليوم دفعة واحدة، بل سبقتها تلك المحاولات التطبيقية التي كانت مستعملة لدى الحضارات الشرقية القديمة، خاصة منها الحضارة المصرية والحضارة البابلية، فقد كانت الرياضيات التطبيقية من أهم مظاهر التقدم لدى المصريين القدماء، فالتصميم العجيب الذي عرفت بها صروحهم وخاصة الأهرامات كان يتطلب معرفة ودراية كبيرة لمثل هذه المعادلات والتطبيقات، ولما كانت الحياة في مصر تعتمد أساسًا على ارتفاع وانخفاض ماء نهر النيل، مما جعلهم يتقنون فن تسجيل تلك الارتفاعات والانخفاضات، ويحسبانها حسابًا دقيقًا فكان المساحون والكتبة لا ينقطعون عن قياس الأراضي التي محت فيضانات النّيل معالمها[6].

أما البابليين فقد استعملوا الحساب والهندسة في دراسة حركة الكواكب والنجوم وقياس الزمن، وفي تنظيم الملاحة والفلاحة وشؤون الري، وتوصلوا إلى قياس النسبة بين محيط الدائرة وقطرها قياسًا تقريبيًا، وتوصوا إلى حل معادلات من الدرجة الثانية، بل إن بعض الأبحاث الأحدث عهدًا تشير إلى تقدم كبير في هذا المجال، خصوصًا عندما تبين أنهم كانوا قد توصلوا إلى حل معادلة من الدرجة الثالثة[7].

هذا يبين بأن الرياضيات اليونانية لم تنطلق من فراغ بل سبقتها محاولات المصريين والبابليين، بل إن أغلب الرياضيين اليونانيين زاروا الحضارات الشرقية وهناك من درسوا في مصر القديمة، لكن ما وصلنا من الممارسات الرياضية على الصعيد النظري قليل جدًا، فلسنا نتوفر إلا على الجزء القليل والمبعثر من هذه النظريات[8].

3- الرياضيات عند اليونان:

يرتكز تاريخ الرياضيات عند اليونان قبل إقليدس Euclide على القليل من المستندات، وكانت مرتبطة لديهم بالفلسفة الطبيعية، وبنظرتهم العامة إلى الوجود ومكوناته وطريقة سيره، وتبدأ في مرحلة أولى في القرن السادس وتنتهي حوالي منتصف القرن الخامس قبل الميلاد، حيث نهضت الرياضيات في ظل إدارة الفلاسفة الفيثاغوريين والإيليين[9].

في النصف الثاني من القرن الخامس ومطلع القرن الرابع تكاثرت المدارس التي تشتغل بالعلوم الرياضية، وكانت المراكز الأكثر نشاطًا هي شيو Chios مع إيبوقراط، وسيرين Cyrène، وميغار Mégare، واثينا Athènes، حيث اجتمع عدد من الرياضيين حول بروتاغوراس Protagoras والأخرون حول سقراط Socrate وأصبحت بعد ذلك أثينا هي المركز في الفكر اليوناني[10]، أين كان الفكر عند اليونان متعودًا على التعامل مع المجردات، بما في ذلك الأشكال الهندسية التي اعتبرت هي الأخرى تصورات ذهنية خالصة، وأفرغت من حمولتها التجريبية، مما جعل اليونان ينزهون الرياضيات عن الحاجة الآنية للإنسان، ويعتبرونها من مدارج سمو النفس إلى الكمال، لأن العلوم الرياضية ليست مهمتها خدمة التجار في عمليات البيع والشراء كما يعتقد الجهال في نظر أفلاطون، بل تيسير طريق النفس في انتقالها من دائرة الأشياء الفانية إلى تأمل الحقيقة الثابتة والخالدة[11].

مثل هذه الاكتشافات والأبحاث التأملية التي كانت توفرها الرياضيات أغرم الرياضيون في العصر اليوناني بجمال هذه الخصائص، فوصفت الرياضيات عندهم بالجمال والكمال والتناسق والإطلاقية، فأضفوا على الأعداد والأشكال طابعًا سحريًا، خاصة المدرسة الفيثاغورية، التي كانت تعتبر بأن كل شيء هو عدد وأن الأعداد هي نماذج للأشياء، من هنا نشأت لديهم خرافة التّحسيب arithmos (آريتموس) التي من مظاهرها إعطاء بعض الأعداد (وخاصة العشرة الأولى) قدرات سرية[12]، واعتقد أفلاطون كذلك في القدرة الفائقة للرياضيات، مما جعله ينعت كائناتها بالكمال، فالهندسة تتحدث عن

مربعات كاملة ودوائر كاملة... رغم عدم وجود أية أمثلة عليها في العالم، كما إعتقد أن الأمر نفسه يسري على الحساب، إذ إننا ندرس فيه أعداد مكونة من وحدات متساوية على نحو كامل في كل جوانبها، في حين أننا لا نعثر على مثل هذه الوحدات في العالم، لأن الرياضيات منزهة كائناتها المطلقة عن تلك الأشكال الموجودة في الواقع الحسي، بما أن الكائنات الرياضية المطلقة مجالها عالم كامل وهو عالم المثل[13].

غير أن تمسك اليونان بصفة الكمال لدى الكائنات الرياضية، قد جعلهم يقتصرون على دراسة الموضوعات التي يمكن إضفاء هذه الصفة عليها، ولذلك أبعدوا عن مجال اهتمامهم الموضوعات الرياضية الأخرى التي يكتنف تصورها بعض التشويش والنّقص، وهكذا اقتصروا في مجال الهندسة مثلا على الأشكال التي يمكن رسمها بواسطة البيكار والمسطرة، فحصروا أبحاثهم على الهندسة المستوية، ولم يهتموا بالهندسة الفراغية على في وقت متأخر. وإذا كانوا قد استعملوا في انشاءاتهم الهندسية القطع المخروطي والاسطواني، وتعرّفوا فعلاً على الأشكال المتخيلة، فإنهم لم يولوها كبير عناية، تجنبا لإقحام أشياء غير واضحة ولا كاملة في الرياضيات[14].

لكن أرسطو كانت نظرته إلى الرياضيات أكثر واقعية ونفعية، أين رفع عنها الطابع السحري والكمالي الذي غلفته بهما كل من الفيثاغورية والأفلاطونية، واعتبر أن مواضيع الرياضيات سواء في الهندسة التي تشتغل على المربعات والدوائر أو الحساب الذي يشتغل على الأعداد، إنما هي كائنات محسوسة، بل كل شكل أو عدد استمده العقل من تعامله مع الواقع[15]، لقد اكتست الرياضيات مع أرسطو ولإقليدس طابعا منطقيًا، وأصبحت كل القضايا الرياضية يمكن البرهنة عليها برهنة منطقية، إما بالبرهان المباشر أو البرهان بالخلف، منطلقهم في ذلك عدد قليل من المبادئ، وقد بلغت هذه الطريقة البرهانية قمتها عند إقليدس في كتابه الأصول Les éléments[16]، وبذلك وصلت الرياضيات اليونانية قمة الإبداع مع النسق الذي وضعه لها إقليدس. فما هي مبادئ رياضيات إقليدس؟ وكيف استطاعت أن تسيطر على الفكر الرياضي لعدة قرون؟

4- الهندسة الإقليدية:

لقد ظلت الهندسة منذ إقليدس Euclide مسيطرة على أسس وأصول الرياضيات قرابة ألفي عـــام، وهي التي كانت تعتبر القاعدة الثابتة للعقلانية الفلسفية، خاصة العقل الكانطي فيالعصر ىالحـــديث[17]، فقد ارتبطت هذه الهندسة بإقليدس، الذي يعد أول من قام بدراسةٍ نسقية للرياضيات، حين ميز حـــوالي

عام 300ق.م بين ثلاثة مبادئ في الرِّياضيات، إعتبرها منطلق كل فكر رياضي لا يريد الوقوع في التناقض، وهذه الأسس هي:

أولا: البديهيات (Les axiomes): وهي قضايا واضحة بذاتها لا تحتاج إلى برهان، لأن البرهان يقوم عليها، أو كما أبدع "ديكارت" في تعريفها " البديهية كالشمعة، تضيء نفسها وتضيء غيرها، ولا تحتاج إلى شيءٍ يضيئها"، ومن البديهيات التي وضعها إقليدس : الكل أكبر من الجزء، الكميتان المساويتان لكمية ثالثة متساويتان ....

ثانيًا: المصادرات (Les postulats): وهي قضايا أقل وضوحًا من البديهيات، نسلم بها مع الرِّياضي لإقامة البرهان، ومن بين هذه المصادرات: أن السطح مستوٍ، وأن مجموع زوايا المثلث يساوي 180 درجة...

ثالثًا: التعريفات (Les difinitions): وفيها يبين الرياضي أو يشرح مفاهيم الكائنات الرّياضية، ومن أمثلتها: النّقطة هي ما ليس له بعد، والمثلث هو شكل هندسي يتألف من ثلاثة مستقيمات متقاطعة مثنى مثنى...، ومن خلال هذه المبادئ قام إقليدس باستنباط 465 قضية، وبذلك تمكن من بناء ما يسمى بالنسق الاستنباطي (Système déductif)، وهو أول نسق متكامل في الرّياضيات وضعه إقليدس اعتمادًا على مفاهيم مجردة لخلق إطارٍ منطقي للهندسة[18].

هوامش المحاضرة:

[1] زكرياء منشاوي الجالي، المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنّشر، ط1، مصر، 2010، ص 45.
[2] زكريا منشاوي الجالي، المؤثرات المتبادلة بين المنطق والرياضيات (النّسق نموذجًا)، دار الوفاء لدنيا الطباعة والنّشر، ط1، مصر، 2010، ص 45.
[3] محمد فتحي عبد الله، معجم مصطلحات المنطق وفلسفة العلوم، دار الوفاء، القاهرة، 2002، ص 111.
[4] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مرجع سابق، ص 53.
[5] محمد رضا البغدادي، تاريخ العلوم وفلسفة التربية العلمية،دار الفكر العربي، ط القاهرة، 2003، ص 207.
[6] حربي عباس عطيتو، ملامح الفكر الفلسفي والديني في مدرسة الإسكندرية القديمة، دار العلوم العربية، ط1، لبنان، 1992، ص 53.
[7] محمد عابد الجابري، مدخا إلى فلسفة العلوم العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، ص58.
[8] المرجع نفسه، ص 58.
[9] رنيه تاتون، تاريخ العلوم العام، ج 1، ترجمة علي مقلد، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، لبنان، 2006، ص 223.
[10] المرجع نفسه، ص 224.
[11] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 59.
[12] رنيه تاتون، تاريخ العلوم العام، ج 1، ترجمة علي مقلد، مرجع سابق ص 224.
[13] دليل أكسفورد، ج1، ترجمة نجيب الحصادي، المكتب الوطني للبحث والتّطوير، ص 430.
[14] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 59.
[15] دليل أكسفورد، ج1، ترجمة نجيب الحصادي، المكتب الوطني للبحث والتّطوير، ص 431.
[16] محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، مرجع سابق، ص 61.
[17] G.Bachelard, Le nouvel esprit scientifique, op-cit, p 24.
[18] L.Brunschvicg, Les étapes de la philosophie mathématique, Librairie scientifique et technique,Paris,1981,pp 87-89 .