تعيين ثوابت معادلة خط الإنحدار :

لدينا معادلة خط إنحدار للبيانات الفعلية $\hat{Y}$ على $\hat{X}$ هي: $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \times \hat{x}_i$

حيث:

$$\begin{cases} \sum \hat{y}_i = n\hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum \hat{x}_i \rightarrow 1 \\ \sum \hat{x}_i \hat{y}_i = \hat{\alpha} \sum \hat{x}_i + \hat{\beta} \sum \hat{x}_i^2 \rightarrow 2 \end{cases}$$

من (1) و(2) نجد :

$$\hat{\beta} = \frac{\sum \hat{x}_i \hat{y}_i - n\overline{X}\overline{Y}}{\sum \hat{x}_i^2 - n\left(\overline{X}\right)^2}$$ و

$$\hat{\alpha} = \overline{Y} - \hat{\beta} \times \overline{X}$$

تمرين 1: الجدول التالي يوضح توزيع بيانات ظاهرتين مرتبطتين

x_i	7	17	15	14	13	12	10	8	12	11	9	5
y_i	4	13	11	12	12	8	6	11	10	9	9	3

المطلوب: أحسب معامل الارتباط لبيرسون بين هاتين الظاهرتين؟

الحل:

لدينا: $\overline{Y} = \frac{99}{11} = 9$ **و** $\overline{X} = \frac{121}{11} = 11$

x_i	y_i	$\left(x_i - \overline{X}\right)^2$	$\left(y_i - \overline{Y}\right)^2$	$x_i y_i$
7	**4**	**16**	**25**	**28**
17	**13**	**36**	**16**	**221**
15	**11**	**16**	**4**	**165**
14	**12**	**9**	**9**	**168**
13	**12**	**4**	**9**	**156**
10	**8**	**1**	**1**	**80**
8	**6**	**9**	**9**	**48**
12	**11**	**1**	**4**	**132**
11	**10**	**0**	**1**	**110**
9	**9**	**4**	**0**	**81**
5	**3**	**36**	**36**	**15**
	$\sum$	**132**	**114**	**1204**

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum \left(x_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}} = 3.63$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum \left(y_i - \overline{Y}\right)^2}{n-1}} = 3.37$$

ومنه: (هناك إرتباط قوي) $r = \frac{1}{n} \times \frac{\sum x_i y_i - n\overline{X}\,\overline{Y}}{S_x \times S_y} = \frac{1}{11} \times \frac{1204 - 11 \times 11 \times 9}{3.63 \times 3.37} = 0.85$

تمرين 2: لدينا متغيران مرتبطان X و Y، تتوزع قيمهما حسب الجدول التالي:

x_i	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17
y_i	3	4	6	9	8	10	11	12	12	11	13

إذا علمت أن العلاقة بين X و Y يمكن تمثيلها على شكل خط مستقيم (مستقيم الإنحدار)

المطلوب: أحسب ثوابت معادلة الإنحدار؟