خواص الوسط الحسابي:

-1 $\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)=0$

البرهان :

$$\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)=\sum x_i-\sum \bar{x}=\sum x_i-n\times \bar{x}=\sum x_i-n\times\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}\right)=\sum x_i-\sum x_i=0$$

أي أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يكون معدوما، مما يجعله من أدق مقاييس النزعة المركزية.

p و k عددان حقيقيان ثابتان وكيفيان

-2 $*\bar{X}=\frac{\sum x_i\times f_i\times k}{\sum f_i\times k}$

$$*\bar{X}=\frac{\sum x_i\times\frac{f_i}{p}}{\sum\frac{f_i}{p}}$$

ملاحظة: تساعد هاتين الخاصيتين على تبسيط عمليات حساب الوسط الحسابي في حالة التكرارات الكبيرة جدا وكذا في حالة التكرارات الصغيرة جدا.

$$*\sum\left(x_i-\bar{x}\right)^2\langle\sum\left(x_i-C\right)^2,\forall C\neq\bar{x}$$

-3

ملاحظة: يبرهن على صحة هذه الخاصية تطبيقيا مع اقتراح قيمة كيفية للمقدار C شرط أن تختلف عن قيمة الوسط الحسابي المعتمد في البرهان.

-4 $\bar{X}=\bar{A}+\frac{\sum_{i=1}^{n}d_i}{n}$ حيث: $\bar{A}$ الوسط الحسابي الفرضي و:

$$d_i=x_i-.\bar{A}$$

مثال : في المثال السابق حول بيانات التسرب المدرسي أحسب :

1- الوسط الحسابي للبيانات قبل تبويبها .

2- الوسط الحسابي للبيانات بعد تبويبها.

3- ماذا تستنتج؟

حل المثال: 1- $\overline{X}=\frac{\sum x_i}{n}\Rightarrow \overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{50} x_i}{50}=\frac{6230}{50}=124{,}6$

2- $\overline{X}=\frac{\sum f_i\times x_{c_i}}{\sum f_i}\Rightarrow \overline{X}=\frac{6245}{50}=124{,}9$

3 ـ ويعود الفرق الطفيف بين قيمتي الوسط الحسابي لنفس المجموعة من القيم إلى خلل حول عملية التبويب، ويكون الفرق محدودا كلما قصر طول الفئة C

تمريـن1: نريد دراسة بعض خواص الوسط الحسابي $\overline{X}$ لمجموعة مكونة من n قيمة: $X_1 , X_2 ....\ X_n$

المطلـوب:

1- برهن أن: $\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)=0$

2- برهن أن: $\overline{X}=\overline{A}+\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$ حيث: $\overline{A}$ الوسط الحسابي الفرضي و:

$d_i=x_i-.\overline{A}$

الحل:

/1 $\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{X}\right)=\sum_{i=1}^{n} x_i-n\overline{X}=\sum_{i=1}^{n} x_i-n\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}=0$

/2

$$\overline{A}+\frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}=\overline{A}+\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{A}\right)}{n}$$

$$=\overline{A}+\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i-n\overline{A}}{n}$$

$$=\overline{A}+\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}-\overline{A}$$

$$=\overline{X}$$