-

المحاضرة الثامنة

الموضوع مقاييس (خصائص) التشتت

المدى – الإنحراف المتوسط

عناصر المحاضرة :

1- مقدمة

- نشاط

2- المدى

- نشاط

3 - نصف المدى الربيعي.

- نشاط

3- الانحراف المتوسط (متوسط الانحرافات)

نشاط

تطبيق .

أهداف المحاضرة .

الهدف الخاص : في نهاية المحاضرة

يتعرف الطالب على مدى سلسلة احصائية وعلى الانحراف المتوسط لها والمدى الربيعي كمقاييس للتشتت ويحسبها .

الأهداف الإجرائية :

- يحدد مقدار تشتت بيانات سلسة احصائية بحساب المدى للبيانات الخام والبيانات المبوبة في جدول تكراري باستخدام العلاقات الرياضية الخاصة من دون ارتكاب أخطاء .

- يستنتج حسابيا نصف المدى الربيعي لسلسة بيانات احصائية باعتماد المدى من دون خطأ .

- يتعرف على الإنحراف المتوسط لبيانات سلسلة احصائية ويتمكن من حسابة رياضيا من دون خطا .

ملخص المحاضرة .

-

تقدم المحاضرة الثامنة مقاييس تعرف بمقاييس التشتت تساعد في فهم طبيعة توزع بيانات السلسلة الإحصائية و كيفية تباعد البيانات وهي المدى الذي يحدد طول السلسلة ، والمدى الربيعي ، والإنحراف المتوسط مع اعطاء أمثلة لكيفية حسابها رياضيا والإستدلال منها على شكل تباعد البيانات في مقابل ماتمت دراسته حول خاصية التمركز التي تحددها مقاييس المتوسطات .

مقدمة

في هذه المحاضرة سوف نبدأ بمقاييس التشتت والتي تعطي مع مقاييس النزعة المركزية فكرة أوضح حول البيانات أو القيم التي نتعامل معها. وهي المدى, ونصف المدى الربيعي والانحراف المتوسط وفي المحاضرات القادمة الانحراف المعياري.

تناولنا فيما سبق ما أطلقنا عليه مقاييس النزعة المركزية وأشرنا إلى أنها أساليب إحصائية تستخدم في اختصار التعبير عن البيانات الواردة التي تظهر في شكل مجموعة أرقام تمثل درجات التحصيل الدراسي مثلا أو درجات نسبة القلق أو تظهر في شكل توزيع تكراري , وهذا الاختصار عبر عنه بقيمة واحدة كانت أقرب وأصدق ما يمثل تلك المجموعة قدر الإمكان.

نشاط : أوجد المتوسط الحسابي لكل من السلسلتين : 15 – 0 – 5 – 10

26 – 0 – 0 – 4

ماذا تلاحظ ؟

هل للسلسلتين نفس البيانات ؟

المقطع الأول : مقاييس التشتت (المدى)

لا تكفي مقاييس النزعة المركزية وحدها لمعرفة الصفات الإحصائية لوصف الظاهر أو التعبير عن البيانات المعطاة. فقد تكون الدرجات المعطاة متقاربة من حيث القيمة أو متباعدة كبير على الرغم من عدم اختلاف قيمة المتوسط الحسابي الذي نحسبه. فكثيرا من المجموعات الرقمية أو التوزيعات قد تشترك في متوسط واحد , ولكن القيم المكونة لها تختلف اختلافا شاسعا أو تتباعد عن بعضها تباعدا واضحا.

فمثلا: الدرجات 15, صفر , 5 , 10 متوسطها = $\frac{10+5+0+15}{4} = 7\frac{1}{2}$

والدرجات 26, صفر , صفر 4 متوسطها = $\frac{26+0+0+4}{4} = 7\frac{1}{2}$

الدرجات 6,7 ,7,10 متوسطها = $\frac{7+6+7+10}{4} = 7\frac{1}{2}$

بمعنى أنه يمكننا أن نحصل على العديد من المجموعات الرقمية ذات المتوسط الحسابي نفسه ويلاحظ أيضا في المثال الآتي

-

الدرجات 3,5,4,5 متوسطها = $\frac{3+5+4+5}{4} = 4\frac{3}{12}$

الدرجات 11,3,2,1 ومتوسطها = $\frac{11+3+2+1}{4} = 4\frac{3}{12}$

إن متوسط كل من المجموعتين السابقتين هو $\frac{3}{12} = 4$ على الرغم من أننا نلاحظ أن درجات المجموعة الأولى متقاربة من بعضها مقارنة بالمجموعة الثانية الأكثر تباعدا في القيم بين درجاتها أو أكثر تشتتا.

ولهذا لا يجب ذكر متوسط حسابي لمجموعة درجات فقط دون التحدث أيضا عن تشتت هذه الدرجات أو تنافرها.

وهناك أساليب إحصائية (مقاييس) لحساب تشتت القيم أو تنافرها أو اختلافها بحيث عندما نتحدث عن متوسط مجموعة من الدرجات نتحدث أيضا في نفس الوقت عن تشتتها.

و هذا المقياس الجديد ما هو إلا مقياسا للاختلافات أو للتشتت أو لتناثر الدرجات المعطاة بالنسبة للمتوسط.

وكلما زادت حده اختلاف الدرجات كلما زاد تشتتها و قل تجانسها . وفيما يلي سوف نتعرض لمقاييس التشتت المختلفة بشيء من التفصيل.

أولا: المدى

هو أبسط المقاييس التي تستخدم للمقارنة بين تشتت مجموعتين أو أكثر على حساب الفرق بين أصغر قيمة وأكبر قيمة في الدرجات أو القيم المعطاة, ونسمي الناتج بالمدى وسوف نرمز له بالرمز ي.

وعلى سبيل المثال, نفرض أن لدينا دخل **10** أسر مقدرة بالدينار شهريا: 3600, 6000, 3800, 7200, 6800, 8800, 30 000 , 12000 , 35000 , 100 000.

يلاحظ أن أقل راتب هو 3600 دج و أعلى راتب 100 000 دج

إذن المدى لهذه المجوعة من الدخول هو

100 000 – 3600 = 96400 د ج.

وهذا معناه أن القيم في هذه المجموعة تختلف فيما بينها في حدود 96400 وحدة.

وبمقارنة هذه المجموعة بأخرى كالآتي : 8000 , 10000, 12000, 9000 , 16000 , 14000, 20000, 19000 , 30000, 25000.

نجد أن أصغر قيمة للدخل هي 8000 د ج وأكبر قيمة للدخل هي 30000 د ج .

إذن المدى لهذه المجموعة من الدخول = 30000 – 8000 = 22000 دج .

-

ويلاحظ أن الدخول في المجموعة الأولى للأسر أكبر تشتتا من الدخول المجموعة الثانية, بمعنى أن مفردات المجموعة الأولى أشد تناثرا وتنافرا من مفردات المجموعة الثانية , وأن مفردات المجموعة الثانية أكثر تجانسا من مفردات المجموعة الأولى.

نشاط : من اللمثلة السابق استخرج مميزات وعيوب المدى .

مميزات وعيوب المدى:

يتميز المدى بسهولة حسابه وبساطته , ويلاحظ انه عند حساب المدى قد أخذنا في الاعتبار قيمتين فقط , هما القيمة الصغرى والقيمة الكبرى ,وقد تكون هاتان القيمتان متطرفتين للغاية , فيكون المدى واسعا جدا لدرجة لا تمثل إطلاقا واقع تشتت القيم المعطاة , كما أننا لم نستعمل في حساب المدى أي قيم أخرى متوسطة بين القيمتين الصغرى و الكبرى , وهذا ما يجعل استعماله محدوداً وتمثيله للمجموعة غير واقعي.

1- أسهل مقاييس التشتت حسابا وابسطها.

2- يعطي معلومة بسيطة عن تنافر (تباين) الدرجات .

3- لا يعتمد عليه طالما أنه يتأثر بالقيم المتطرفة .

4- لا يصلح علميا للمقارنة عموما لأنه يعتمد فقط على اكبر درجة واصغر درجة.

5- له أهمية في مقارنة التوزيعات التكرارية بشرط أن يكون عدد الدرجات أو المفردات متساويا وعندما تختلف عدد الدرجات تنعدم فائدته.

المقطع الثاني : نصف المدى الربيعي :

في بعض الأحيان يمكن استخدام نصف المدى $\left(\frac{\text{المدى}}{2}\right)$

عوضا عن المدى المطلق بالطريقة السابقة, ويسهل ذلك الحصول ل على الحدين الأدنى و الأعلى لمجموعة درجات يشترط أن تكون معتدلة التوزيع.

ويتم ذلك بإضافة نصف المدى مرة وطرحه مرة من المتوسط الحسابي.

مثال

فيما يلي مجموعة من الأطفال في اختبار النمو الاجتماعي

9,6,5,8,7

نحسب المتوسط الحسابي م = $\frac{\text{مج س}}{\text{ن}} = \frac{35}{5} = 7$

نحسب المدى = أكبر درجة – أقل درجة = 9-5 = 4

-

نحسب نصف المدى = $\frac{\text{المدى}}{2}$ = $\frac{4}{2} = 2$

ويمكن استخراج الحدين الأدنى و الأعلى كما يلي:

م + $\frac{ع}{2}$ = 7 + 2

إذن الحد الأعلى لدرجات المجموعة = 9 , والحد الأدنى لدرجات المجموعة = 5.

ولا يجب أن ننسى أن الشرط الأساسي لتنفيذ ما سبق أن تكون الدرجات المعطاة معتدلة التوزيع , والأمر لا ينطبق على التوزيعات غير المعتدلة . وتأتي النتيجة تقريبية في التوزيعات بسطيه الالتواء.

نشاط

درجات مجموعة من طلاب جامعة في اختبار الثقة بالنفس

20,19,15,16,17,18 المطلوب إيجاد نصف المدى الربيعي

الحل: الأمر يتطلب ترتيب قيم الدرجات: 20,19,18,17,16,15

لاحظ رتبة ر1 = $\frac{ن}{4}$ = $\frac{6}{4}$ = 1,5وتقرب إلى 2 فتكون قيمة ر1 = 16

كما أن رتبة ر3 = $\frac{ن}{4}$ × 3 = 1,5 ×3 = 4,5 وتقرب إلى 5 أي ان قيمة ر3 = 19

بما أن المدى الربيعي = $\frac{ر3 - ر1}{2}$ = $\frac{19-16}{2} = 1,5$

مثال

أجرى أستاذ الإحصاء إمتحانا في المقياس لطلبة السنة الأولى علوم اجتماعية وكان عددهم 100 فحصل على النتائج المبوبة في الجدول التكراري التالي (العلامة من 100) :

فئات الدرجات	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
عدد الطلاب	3	9	20	16	15	13	13	9	2

والمطلوب حساب نصف المدى الربيعي.

الحل:

علينا أن نكون التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل في جدول كما يلي:

-

ف	ك	ك ص
9- 0	3	3
19- 10	9	12
29- 20	20	32
39- 30	16	48
49- 40	15	63
59- 50	13	76
69- 60	13	89
79- 70	9	98
89- 80	2	100

نحدد الآن الفئة الخاصة بالربيعي الأدنى , وذلك بان نوجد اولا رتبة الربيع الادنى في المجموعة = $\frac{ن}{4}$ **=** $\frac{100}{4} = 25$

ومنها ترى أن فئة الربيعي الأول هي 20 – 29 وهي الفئة التي تقابل التكرار الذي يساوي أو يزيد عن رتبة ر1 التي تكرارها 20 ثم نجد رتبة ر1 في فئته وهي :

رتبة ر1 – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئتة ر1 (12)

أي: 25 – 12 = 13

وأخيرا نطبق القانون

ك = الحد الأدنى لفئته ر1 + $\frac{\text{رتبة ر ١ في فئته}}{\text{تكرار فئته ر1}}$ **×ل**

= 19٫5 + $\frac{13}{20}$ **×10**

= 19٫5 + 6٫5

= 26

راجع حساب الوسيط , أو يمكن إيجاده من العلاقة الربيع الأدنى =

الحد الأدنى الحقيقي لفئة الربيع الادنى + $\frac{\text{رتبة الربيع الادنى – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الادنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}}$ **×**
طول الفئة

ر1 = 19٫5 + $\frac{25 - 12}{20}$ **× 10**

= 19٫5 + $\frac{13}{20}$ **× 10**

-

= 19ر5 + 6ر5 = 26

وكذلك بنفس الإجراءات نجد الربيع الأعلى :

رتبة ر3 = [illegible] × 3

أي :

رتبة الربيع الأعلى = $\frac{100}{4}$ × 3 = 75

وتكرارها هو 13 ثم نجد رتبة ر3 في فئته وهو : رتبة ر3 – التكرار المتجمع الصاعد السابق ر3 أي :

75 – 63 = 12

ثم نطبق العلاقة:

ر3 = الحد الأدنى الحقيقي لفئة ر3 + $\frac{\text{رتبة ر٣ في فئته}}{\text{تكرار فئة ر3}}$ × طول الفئة

= 49ر5 + $\frac{12}{13}$ × 10

= 49ر5 + 9ر23 = 58ر73

أو مباشر كما في ر1

ر3 = 49ر5 + $\frac{75-63}{13}$ × 10

إذن الربيع الأعلى ر3

ر3 = 49 ر5 + $\frac{75-63}{13}$ × 10

= 49ر5 + $\frac{12}{13}$ × 10

= 49ر5 + 9ر23 = 58ر73

بما أن نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{ر}3-\text{ر}1}{2}$ = $\frac{58,73-26}{2}$

= $\frac{32,73}{2}$ = 16ر37

مميزات وعيوب نصف المدى الربيعي:

1- يمكن حسابه بسهولة عن توافر قيم الرباعيين الأعلى و الأدنى

2- يستخدم في الأحوال التي يكون فيها التوزيع مشتملا على قيم متطرفة .

3- يستخدم في الأحوال التي يكون فيها التوزيع مفتوحا من احد الطرفين أو كليهما.

4- من الصعب معالجته رياضيا والتعرف على خصائصه .

المقطع الثالث : الانحراف المتوسط

حتى الآن لم نصل إلى أسلوب لقياس التشتت يراعي الفروق الموجودة بين جميع القيم في المجموعة الرقمية , فلقد لاحظنا أن المدى وكذا نصف المدى الربيعي السابق كيلهما يعتمدان على قيمتين اثنين فقط , ويمكن أن تكون هاتان القيمتين لا تمثلان باقي المجموعة.

ولذلك فإن الأمر الآن يتطلب أسلوبا أخر يأخذ في الحسبان كل القيم الواردة في المجموعة. وهذا الأسلوب أطلق عليه الانحراف المتوسط (متوسط الانحرافات).

ويحسب الانحراف المتوسط من قانون على النحو التالي:

الانحراف المتوسط = $\frac{\text{مج}|\text{س} - \text{م}|}{\text{ن}}$

حيث س = الدرجة الخام .

م= متوسط الدرجات الخام.

ن=عدد أفراد العينة.

| | = علامة تدل على أخذ الناتج دون اعتبار للإشارة ويسمى القيمة المطلقة.

ملاحظة :

علمنا أن نحسب الانحراف المتوسط اعتمادا على قيمة المتوسط (م) , ويمكن حساب ما يمكن أن نطلق عليه الانحراف الوسيط والانحراف المنوالي ولكن المعتاد والشائع الاستخدام وهو ما يعرف بالانحراف المتوسط.

مثال

احسب الانحراف المتوسط للدرجات التالية:

7,3,2,4,5,6,8

المتوسط م = $\frac{\text{مج س}}{\text{ن}}$ = $\frac{35}{7} = 5$

-

س	س - م	|س – م|
8	3	3
6	1	1
5	صفر	صفر
4	1-	1
2	3-	3
3	2-	2
7	2	2
مج س		مج |س - م|
35=		12=

بما أن الانحراف المتوسط = $\frac{\text{مج}|\text{س} - \text{م}|}{\text{ن}}$

= $\frac{12}{7} = 1{,}71$

مميزات وعيوب الانحراف المتوسط:

1- سهل الفهم والإجراء وغير شائع.

2- مقاييس للتشتت يأخذ في اعتباره جميع القيم.

3- لا يستخدم كمقياس إلا في أحوال نادرة .

4- من الصعب معالجته بطريقة رياضية ومازال يقلق بال الرياضيين.

1- مازال من الصعب التعرف على خصائصه