المحاضرة السابعة

مقاييس النزعة المركزية

المنوال

عناصر المحاضرة

- **مقدمة**
- **المنوال : الطريقة الحسابية لاستخراج المنوال .**
- **طريقة إيجاد المنوال بالرسم .**
- **مزايا وعيوب المنوال .**
- **العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية .**

الهدف/ الأهداف :

خاص : يتعرف الطالب على المنوال والعلاقة بينه وبين كل من المتوسط والوسيط ويحسبه .

إجرئي :

ـ في نهاية الدرس يكون الطالب قادرا معرفة منوال سلسلة احصائية ويستخرجه باستخدام العلاقة الرياضية الخاصة به بطرق مختلفة من دون ارتكاب خطإ .

ـ فينهاية الدرس يتمكن الطالب من التعرف على منوال سلسلة احصائية انطلاقا من التمثيل البياني ويحدده بدقة .

ـ في نهاية الدرس يكون بمستطاع الطالب التمييز بين المتوسطات الثلاثة (المتوسط الحسابي ، الوسيط ن المنوال) غنطلاقا من الخصائص ويستخرج العلاقة الرياضية بينهم .

الملخص :

يتناول الدرس موضوع المنوال كأحد مقاييس النزعة المركزية للسلاسل الإحصائية ويعرض لتعريفه بهدف التفريق بينه وبين بقية المقاييس ، ويستعرض من خلال المثلة خطوات حسابه للبيانات الخام ن وللبيانات المبوبة في الجدول التكراري ، ثم يشرح العلاقة بينه وبين كل من المتوسط الحسابي والوسيط .

مقدمة:

في هذه المحاضرة سوف نركز على معرفة استخراج قيمة المنوال حسابياً وبالرسم مع معرفة مزايا المنوال وعيوبه وكذلك المقارنة بين مقاييس النزعة المركزية وهو المتوسط والوسيط والمنوال .

المقطع الأول : المنوال وطريقة حسابة من البيانات الخام

نشاط :

1 – عرف كلا من المتوسط والوسيط .

2 – مامزايا وعيوب كلا منهما .

المنوال (مل) Mode :

هو أقل مقاييس النزعة المركزية دقة لذا يستعمل هذا المقياس في حالة المقارنات السريعة التي لا تتطلب دقة , بل أن بعض الحالات لا يوجد لها منوال .

ويعرف المنوال لمجموعة من البيانات بأنه القيمة التي لها أكبر تكرار أو الخاصية الأكثر انتشاراً أو شيوعاً . فلو كان لدينا القيم التالية :

7 , 9 , 8 , 4 , 8 , 5 , 7 , 8

نجد أن المنوال هو 8 لأن القيمة 8 تكررت أكثر من أية قيمة أخرى . كما يمكن أن يكون لمجموعة من القيم أكثر من منوال واحد , فلو افترضنا أن لدينا مجموعة القيم التالية :

. 12 , 7 , 12 , 9 , 5 , 9 , 12 , 8 , 9

نرى أن كل من الرقم 9 والرقم 12 تكرر ثلاث مرات إذن في هذه الحالة لدينا منوالين هما 12,9 .. وهكذا ..
يحسب من الدرجات الخام (غير المبوبة) كما مر معنا ويعبر عنه بأنه القيمة التي لها أكبر تكرار أو الأكثر شيوعاً , أما في حالة البيانات المصنفة في جدول تكرار فيمكن حسابه كما يلي :

المقطع الثاني: حساب المنوال في حالة الجدول التكراري

يمكن اعتبار مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار في التوزيع هو المنوال كما في المثال التالي :

مثال : احسب المنوال من الجدول التكراري التالي :

ف	ك	مركز الفئة (س)
9-5	2	7
14-10	5	12

19-15	8	17
24—20	12	22
29-25	9	27
34-30	7	32
39-35	2	37

نرى أن الفئة 20 – 24 مقابلة للتكرار 12 وهو أكبر تكرار ومركزها هو 22 .

إذن المنوال = 22

ويمكن إيجاد المنوال حسابياً وفقاً للخطوات التالية :

أ- نعين الفئة لأكبر تكرار (الفئة المنوالية) وليكن تكرارها (ك)

ب- نحدد التكرار السابق لهذه الفئة وليكن ك1 .

ج – نحدد التكرار اللاحق لهذه الفئة وليكن ك2.

د- نعين الحد الأدنى الحقيقي للفئة المنوالية وليكن أ .

ثم نطبق القانون التالي :

$$\text{مل} = \text{أ} + \frac{\text{د}_1}{\text{د}_1 + \text{د}_2} \times \text{ل}$$

حيث د1 = ك – ك 1

د2 = ك – ك2

ل = طول الفئة .

مثال :

أوجد المنوال حسابياً للجدول في المثال السابق

الحل :

الفئة المنوالية هي 20 – 24

الحد الأدنى الحقيقي لها = 19,5 وتكرارها (ك) = 12

التكرار السابق لها (ك 1) = 8

التكرار اللاحق لها (ك 2) = 9

طول الفئة (ل) = 5

إذن مل = 19,5 $\frac{4}{3+4}$ ×5

= 19,5 + $\frac{20}{7}$

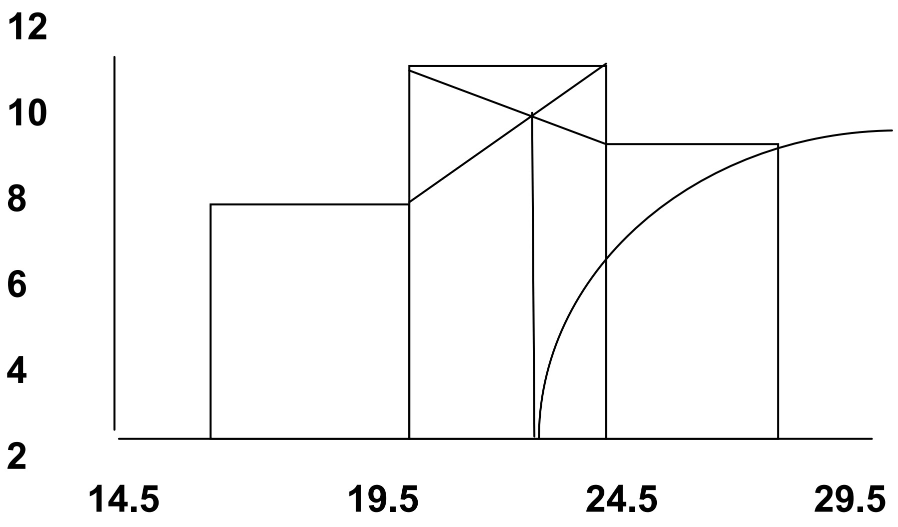
= 19,5 + 2,86 = 22,36

وهذه الطريقة أفضل من سابقتها , كما توجد طرق أخرى لإيجاد المنوال حسابياً ولكن سنكتفي بهذه لأنها تعتبر الأدق , وأن كان حسابها تقريبياً .

طريقة إيجاد المنوال بالرسم :

يمكن إيجاد المنوال بطريقة الرسم المدرج التكراري للفئات المنوالية , والسابقة لها واللاحقة لها , ثم نصل رؤوس المستطيلات كما في الشكل ومن نقطة التقاطع ننزل عمودا فيلاقي محور الفئات عند نقطة قيمتها هي المنوال .

المنوال = 22,6 تقريبا



المقطع الثالث : مزايا وعيوب المنوال والعلاقة بين المقاييس الثلاثة

1- مزايا المنوال :

1- يتميز المنوال بسهولة حسابه .

2- لا يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات .

2 - عيوب المنوال :

1- لا يأخذ في الإعتبار جميع البيانات .

2- تتأثر قيمته عند إعادة التوزيع واستخدام فئات جديدة .

3- أقل مقاييس النزعة المركزية دقة .

4- قد لا نجد منوالا ً لبعض التوزيعات .

3 - العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية :

هناك علاقة تجريبية تربط مقاييس النزعة المركزية في حالة التوزيعات التكرارية أحادية المنوال والبسيطة الالتواء والتوزيعات القريبة من التوزيع الطبيعي وهذه العلاقة هي :

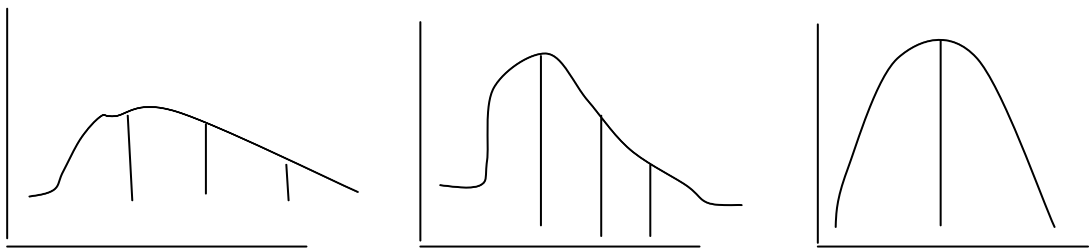
المتوسط – المنوال = 3× (المتوسط – الوسيط) .

أي م – مل = 3 × (م – و)

وهذه العلاقة تعتبر تقريبية , ولا يعتد بها في حالة التوزيعات التكرارية شديدة الالتواء , أما في التوزيع الطبيعي فنرى أن جميع هذه المقاييس تأخذ قيمة واحد كما يظهرها الشكل التالي :

(أ) التوزيع الطبيعي نرى فيه م = و = مل   (ب) توزيع قليل الالتواء

(ج) توزيع شديد الالتواء



مثال :

نشاط موضعي :

أعطى استاذ المقياس علامات الإمتحان للطلبة ، و علق عليها بالقول أنها مقبولة على العموم وأن منوال الدرجات هو 12,5 ، بينما كان وسيطها 13 ، ولأنك أخذت العلامة الأكبر فقد طلب منك الأستاذ إعطاءه منوال الدرجات مستخدما الحساب الذهني فما هو ؟.

بعد إجابتك سالك الأستاذ فيما إذا كان منوال الدرجات يعد حكما صادقا على سلسلة العلامات بماذا تجيب ، ولماذا ؟

الحل :

م – مل = 3 (م – و)

م – 11 = 3م – 3 × 12

36 – 11 = 3م – م

25 = 2م .

م = $\frac{25}{2}$ = 12,5

واجب :

مثال :

فيما يلي جدولا ً تكراريا ً يمثل توزيع درجات 100 طالب في مادة الرياضيات . احسب المتوسط والوسيط والمنوال

ف	ك	ك ص	س	كxس	ح	ك ح
63-61	1	1	62	62	6-	6-
66-64	2	3	65	130	5-	10-
69-67	3	6	68	204	4-	12-
72-70	5	11	71	355	3-	15-
75-73	8	19	74	592	2-	16-
78-76	12	31	77	924	1-	12-
81-79	18	49	80	1440	صفر	صفر
84-82	25	74	83	2075	1	25
87-85	19	93	86	1634	2	38
90-88	7	100	89	623	3	21
المجموع	100			8039		13

الحل :

(1) م بطريقة مراكز الفئات :

م = $\frac{\text{مج ك} \times \text{س}}{\text{ن}} = \frac{8039}{100} = 80,39$

(2) بطريقة الانحراف الفرضي :

م = $80 + \frac{13}{100} \times 3$

= $80 + \frac{39}{100}$

= $80 + 0,39 = 80,39$

الوسيط :

رتبة و عموماً = $\frac{\text{مج ك}}{2} = \frac{100}{2} = 50$

إن فئة و هي = (84 – 82)

رتبة و في فئته = 50 – 49 = 1

و = $81,5 + \frac{1}{25} \times 3$

= $81,5 + 0,12$

= 81,62 .

المنوال :

(1) يمكن اعتباره 83 لأنه مركز الفئة القابلة لأكبر تكرار .

إذن مل = 83

أو إذا أردنا حسابه من القانون .

(2) د1 = 25 – 18 = 7 د2 = 25 – 19 = 6

مل = $81,5 + \frac{7}{6+7} \times 3$

= $81,5 + \frac{21}{13}$

$$= 81{,}5 + 1{,}6$$

$$= 83{,}1$$

المحاضرة الثامنة والتاسعه

الوسط الحسابي المرجح

تمارين للتدريب والمراجعة

مقدمة:

الوسط المرجح

تمارين

- المتوسط
- الوسيط
- المنوال

في هذه المحاضرة سوف نقوم بمراجعة النقاط المخصصة في المحاضرات السابقة مع بعض التمرينات والتطبيقات الجديدة للمحاضرات السابقة.

الوسط الحسابي المرجح Weighted Mean:

ويسمى متوسط المتوسطات ونحتاج لحسابه في حالات معينة مثلاً إذا كان لدينا ثلاثة شعب من الفصل الأول الثانوي وعرفنا متوسط أداء كل شعبة في مادة معينة , وأردنا معرفة المتوسط العام لهذه الشعب فإن :

$$\text{م} = \frac{\text{م}_1 \times \text{ن}_1 + \text{م}_2 \times \text{ن}_2 + \text{م}_3 \times \text{ن}_3}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 + \text{ن}_3}$$

حيث م = المتوسط العام (المتوسط المرجح)

ن_1 , ن_2 , ن_3 عدد الأفراد في كل شعبة .

م_1 , م_2 , م_3 .. متوسطات الشعب (المجموعات) .

مثال :

أعطي اختبار لثلاثة شعب في مادة التقويم التربوي وكانت نتائجه في الجدول أدناه , احسب المتوسط المرجح لهذه الشعب.

المجموعة	متوسط المجموعة	عدد أفراد المجموعة
1	25	30
2	20	35
3	28	25

$$م = \frac{25 \times 28 + 35 \times 20 + 30 \times 25}{25 + 35 + 30}$$

$$= \frac{2150}{90} = 23,89$$

تمارين للتدريب والمراجعة

أوجد المدى و المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم التالية :

25 , 27 , 18 , 20 , 22 , 21 , 17 , 20 , 15 , 25 .

المدى = 27 – 15 = 12

المتوسط = $\frac{210}{10}$ **= 21**

الترتيب التصاعدي : 15 , 17 , 18 , 20 , 20 , 21, 22 , 25 , 25 , 27 .

الوسيط - رتبة و1 = $\frac{ن}{2} = \frac{10}{2} = 5$ **وقيمته 20**

رتبة و2 = $\frac{ن}{2} + 1 = \frac{10}{2} + 1 = 6$ **وقيمته 21**

الوسيط و = $\frac{و_1 + و_2}{2} = \frac{20 + 21}{2} = 20,5$

المنوال : هناك منوالين هما 20 , 25

أخذت علامات 35 طالبا في اختبار الرياضيات ورتبت في جدول تكراري كالتالي

ف	ك	س	ك ص	ك × س	ح	ح ك	ك×حَ
32 – 30	1	31	1	31	3-	9-	3- =1×3-
35 – 23	4	34	5	136	8-	24-	8- =4×2-
38 – 36	5	37	10	185	5-	15-	5- = 5× 1-
41 – 39	10	40	20	400	صفر	صفر	صفر
44 – 42	8	43	28	344	8 +	24 +	8+ =8×1+
47 – 45	4	46	32	184	8 +	24 +	8+ =4×2+
50 – 48	3	49	35	147	9 +	27 +	9+ = 3×3+
	35			1427			

نفرض أ = 40

$م = \frac{1427}{35} = 40,77 \Longleftarrow م = \frac{مج\ ك\ س}{ن}$

م= $40 + \frac{27}{35} = 40,77$ ⟵ م= أ+ $\frac{\text{مج ك س}}{\text{ن}}$

م= س+———— × ل

م= $40 + \frac{9}{35} \times 3 = 40,77$ الوسيط = $\frac{\frac{ت}{2} \text{ ك} - \text{و السابق و}}{\text{ك و}}$

الوسيط = $\frac{35}{2} \neq \frac{\text{ن}}{2} = 17,5$

فئته 39- 41 طول الفئة ل = 3 $\frac{\text{ت}}{2}$ ك والسابق و $17,5 - 10 = 7,5$

$38,5 + \frac{7,5}{10} \times 3 = 38,5 + 2,25 = 40,75$ الوسيط

م = $\frac{\text{مج ك س}}{\text{ن}} = \frac{1427}{35} = 40,77$

م = أ + $\frac{\text{مج ك ح}}{\text{ن}}$ = $40 + \frac{27}{35} = 40,77$

م = س + $\frac{\text{مج ك خ}}{\text{ن}}$ × ل

م = $40 + \frac{9}{35} \times 3 = 40,77$

الوسيط :

رتبة و عموماً = $\frac{\text{مج ك}}{2} = \frac{35}{2} = 17,5$

فئة و هي = $39 - 41$

رتبة و في فئته = $17,5 - 10 = 7,5$

و = $38,5 + \frac{7 \times 5}{100} \times 3$

= $38,5 + 2,29 = 40,75$ الوسيط

المنوال :

المنوال = مركز الفئة الأكثر تكراراً $39 + 41 = \frac{80}{2}$

المنوال = 40

المنوال بطريقة حسابية

$$38,5 + \frac{5}{2+5} \times 3 = 40,64$$

مثال

المتوسط الحسابي لطلبة علم النفس الإحصائي (1) في الاختبار الشهري الاول كان 25 وكان عدد الطلاب 45 طالبا , انسحب طالبا درجته 28 فما هو المتوسط الجديد

الحل:- مجموع جميع القيم = المتوسط × عدد القيم

مج ك = م × ن = 25 × 45 = 1125

مج ك – درجة الطالب المنسحب = 1125 – 28 = 1097مجموع القيم الجديد

المتوسط الجديد $= \frac{1097}{44} = 24,93$

مثال

72, 65 ,75 , 69, 72, 55, 80 , 72

فما هو المتوسط الجديد للقيم التالية إذا أضفنا 10 درجات لكل درجة من الدرجات التالية:

الحل:

مج س = 72+65+75+69+72+55+80+72= 560

م$= \frac{560}{8} = 70$

المتوسط الجديد 70+10=80

ما هو أفضل مقياس من مقاييس النزعة المركزية للمقارنة بين

مجموعتين من حيث الأداء لنفس المقرر الجواب هو: المتوسط

مثال أعمارالطلاب هي

فئات الأعمار بالسنوات	ك	س	س×ك	ح	ح×ك	ت	ك×ت
74 - 70	1	72	72	20+	20	4+	4
65 - 69	2	67	134	15+	30	3+	6
64 -60	11	62	682	10+	110	2+	22
59 -55	9	57	513	5+	45	1+	9
54 -50	6	52	312	صفر	صفر	صفر	صفر
49 - 45	7	47	329	5-	35-	1-	7-
44 - 40	3	42	126	10-	30-	2-	6 -
39 - 35	___	37	___	15-	___	3-	___
24 - 30	1	32	32	20-	20-	4-	4 -
المجموع	40		2200		120		24

المتوسط في الطريقة الأولى = $\frac{2200}{40}$ = 55

المتوسط في الطريقة الثانية = 52 + $\frac{120}{40}$ = 55

المتوسط في الطريقة الثالثة = 52+ $\frac{24}{40}$×5

55 = 3+52

المحاضرة العاشرة

عنوان المحاضرة مقاييس التشتت

المدى – الإنحراف المتوسط

محتوى المحاضرة :

1- المدى

2- نصف المدى الربيعي.

3- الانحراف المتوسط (متوسط الانحرافات)

مقدمة

في هذه المحاضرة سوف نبدأ بمقاييس التشتت والتي تعطي مع مقاييس النزعة المركزية فكرة أوضح حول البيانات أو القيم التي نتعامل معها. وهي المدى, ونصف المدى الربيعي والانحراف المتوسط وفي المحاضرات القادمة الانحراف المعياري.

تناولنا فيما سبق ما أطلقنا عليه مقاييس النزعة المركزية وأشرنا إلى أنها أساليب إحصائية تستخدم في اختصار التعبير عن البيانات الواردة التي تظهر في شكل مجموعة أرقام تمثل درجات التحصيل الدراسي مثلا أو درجات نسبة القلق أو تظهر في شكل توزيع تكراري , وهذا الاختصار عبر عنه بقيمة واحدة كانت أقرب وأصدق ما يمثل تلك المجموعة قدر الإمكان.

و لا تكفي مقاييس النزعة المركزية وحدها لمعرفة الصفات الإحصائية لوصف الظاهر أو التعبير عن البيانات المعطاة. فقد تكون الدرجات المعطاة متقاربة من حيث القيمة أو متباعدة كبير على الرغم من عدم اختلاف قيمة المتوسط الحسابي الذي نحسبه. فكثيرا من المجموعات الرقمية أو التوزيعات قد تشترك في متوسط واحد , ولكن القيم المكونة لها تختلف اختلافا شاسعا أو تتباعد عن بعضها تباعدا واضحا.

فمثلا: الدرجات 15, صفر , 5 , 10 متوسطها = $\frac{10+5+0+15}{4} = 7\frac{1}{2}$

والدرجات 26 ,صفر , صفر 4 متوسطها = $\frac{26+0+0+4}{4} = 7\frac{1}{2}$

الدرجات 6,7 ,7,10 متوسطها = $\frac{7+6+7+10}{4} = 7\frac{1}{2}$

بمعنى أنه يمكننا أن نحصل على العديد من المجموعات الرقمية ذات المتوسط الحسابي نفسه ويلاحظ أيضا في المثال الأتي

الدرجات 3,5,4,5 متوسطها = $\frac{3+5+4+5}{4} = 4\frac{3}{12}$

الدرجات 11,3,2,1 ومتوسطها = $\frac{11+3+2+1}{4} = 4\frac{3}{12}$

إن متوسط كل من المجموعتين السابقتين هو $4\frac{3}{12}$ على الرغم من أننا نلاحظ أن درجات المجموعة الأولى متقاربة من بعضها مقارنة بالمجموعة الثانية الأكثر تباعدا في القيم بين درجاتها أو أكثر تشتتا.

ولهذا لا يجب ذكر متوسط حسابي لمجموعة درجات فقط دون التحدث أيضا عن تشتت هذه الدرجات أو تنافرها.

وهناك أساليب إحصائية (مقاييس) لحساب تشتت القيم أو تنافرها أو اختلافها بحيث عندما نتحدث عن متوسط مجموعة من الدرجات نتحدث أيضا في نفس الوقت عن تشتتها.

و هذا المقياس الجديد ما هو إلا مقياسا للاختلافات أو للتشتت أو لتناثر الدرجات المعطاة بالنسبة للمتوسط.

وكلما زادت حده اختلاف الدرجات كلما زاد تشتتها و قل تجانسها . وفيما يلي سوف نتعرض لمقاييس التشتت المختلفة بشيء من التفصيل.

أولا: المدى :

هو أبسط المقاييس التي تستخدم للمقارنة بين تشتت مجموعتين أو أكثر على حساب الفرق بين أصغر قيمة وأكبر قيمة في الدرجات أو القيم المعطاة, ونسمي الناتج بالمدى وسوف نرمز له بالرمز ي.

وعلى سبيل المثال, نفرض أن لدينا دخل 10 أسر مقدرة بالريالات في الشهر: 3600, 6000, 3800, 7200, 6800, 8800, 30 000 , 12000 , 35000 , 100 000.

يلاحظ أن أقل راتب هو 3600 ريالا و أعلى راتب 100 000 ريال

إذن المدى لهذه المجوعة من الدخول هو

100 000 – 3600 = 96400 ريالا.

وهذا معناه أن القيم في هذه المجموعة تختلف فيما بينها في حدود 96400 وحدة.

وبمقارنة هذه المجموعة بأخرى كالآتي : 8000 , 10000, 12000, 9000 , 16000 , 14000, 20000, 19000 , 30000, 25000.

نجد أن أصغر قيمة للدخل هي 8000 ريال وأكبر قيمة للدخل هي 30000 ريال.

إذن المدى لهذه المجموعة من الدخول = 30000 – 8000 = 22000 ريال.

ويلاحظ أن الدخول في المجموعة الأولى للأسر أكبر تشتتا من الدخول المجموعة الثانية, بمعنى أن مفردات المجموعة الأولى أشد تناثرا وتنافرا من مفردات المجموعة الثانية , وأن مفردات المجموعة الثانية أكثر تجانسا من مفردات المجموعة الأولى.

ويتميز المدى بسهولة حسابه وبساطته , ويلاحظ انه عند حساب المدى قد أخذنا في الاعتبار قيمتين فقط , هما القيمة الصغرى والقيمة الكبرى ,وقد تكون هاتان القيمتان متطرفتين للغاية , فيكون المدى وساعا جدا لدرجة لا تمثل إطلاقا واقع تشتت القيم المعطاة , كما أننا لم نستعمل في حساب المدى أي قيم أخرى متوسطة بين القيمتين الصغرى و الكبرى , وهذا ما يجعل استعماله محدوداً وتمثيله للمجموعة غير واقعي.

وفي بعض الأحيان يمكن استخدام نصف المدى $\left(\frac{\text{المدى}}{2}\right)$

عوضا عن المدى المطلق بالطريقة السابقة, ويسهل ذلك الحصول ل على الحدين الأدنى و الأعلى لمجموعة درجات يشترط أن تكون معتدلة التوزيع.

ويتم ذلك بإضافة نصف المدى مرة وطرحه مرة من المتوسط الحسابي.

مثال فيما يلي مجموعة من الأطفال في اختبار النمو الاجتماعي

9,6,5,8,7

نحسب المتوسط الحسابي م = $\frac{\text{مج س}}{\text{ن}} = \frac{35}{5} = 7$

نسحب المدى = أكبر درجة – أقل درجة = 9-5 = 4

نسحب نصف المدى = $\frac{\text{المدى}}{2} = \frac{4}{2} = 2$

ويمكن استخراج الحدين الأدنى و الأعلى كما يلي:

م + $\frac{\text{ي}}{2}$ **= 7 + 2**

إذن الحد الأعلى لدرجات المجموعة = 9 , والحد الأدنى لدرجات المجموعة = 5.

ولا يجب أن ننسى أن الشرط الأساسي لتنفيذ ما سبق أن تكون الدرجات المعطاة معتدلة التوزيع , والأمر لا ينطبق على التوزيعات غير المعتدلة . وتأتي النتيجة تقريبية في التوزيعات بسطيه الالتواء.

مميزات وعيوب المدى:

1- أسهل مقاييس التشتت حسابا وابسطها.

2- يعطي معلومة بسيطة عن تنافر (تباين) الدرجات .

3- لا يعتمد عليه طالما أن مجرد أداء شخص أو دخل أسرة واحدة قد يكون له تأثير كبير على قيمته .

4- لا يصلح علميا للمقارنة عموما لأنه يعتمد فقط على اكبر درجة واصغر درجة.

5- له أهمية في مقارنة التوزيعات التكرارية بشرط أن يكون عدد الدرجات أو المفردات متساويا وعندما تختلف عدد الدرجات تنعدم فائدته.

مثال

درجات مجموعة من طلاب جامعة في اختبار الثقة بالنفس

20,19,15,16,17,18 المطلوب إيجاد نصف المدى الربيعي

الحل: الأمر يتطلب ترتيب قيم الدرجات: 20,19,18,17,16,15

لاحظ رتبة ر1 = $\frac{ن}{4}$ = $\frac{6}{4}$ = 1,5 وتقرب إلى 2 فتكون قيمة ر1 = 16

كما أن رتبة ر3 = $\frac{ن}{4}$ × 3 = 1,5 × 3 = 4,5 وتقرب إلى 5 أي ان قيمة ر3 = 19

بما أن المدى الربيعي = $\frac{ر_3 - ر_1}{2}$ = $\frac{19-16}{2} = 1,5$

مثال

طبق باحث اختبار لمادة العلوم على عينة مكونة من 100 طالب بالمرحلة المتوسطة , وجائت البيانات في صورة التوزيع التالي:

فئات الدرجات	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
عدد الطلاب	3	9	20	16	15	13	13	9	2

والمطلوب حساب نصف المدى الربيعي.

الحل:

علينا أن نكون التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل في جدول كما يلي:

ف	ك	ك ص
0 -9	3	3
10 -19	9	12
20 -29	20	32
30 -39	16	48
40 -49	15	63
50 -59	13	76
60 -69	13	89
70 -79	9	98
80 -89	2	100

نحدد الآن الفئة الخاصة بالربيعي الأدنى , وذلك بان نوجد اولا رتبة الربيع الادنى في المجموعة = $\frac{ن}{4}$ **=** $\frac{100}{4} = 25$

ومنها ترى أن فئة الربيعي الأول هي 20 – 29 وهي الفئة التي تقابل التكرار الذي يساوي أو يزيد عن رتبة ر1 التي تكرارها 20 ثم نجد رتبة ر1 في فئته وهي :

رتبة ر1 – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئتة ر1 (12)

أي: 25 – 12 = 13

وأخيرا نطبق القانون

ك = الحد الأدنى لفئته ر1 + $\frac{\text{رتبة ر ١ في فئته}}{\text{تكرار فئته ر1}}$ **×ل**

= 19ر5 + $\frac{13}{20}$ **×10**

= 19ر5 + 6ر5

= 26

راجع حساب الوسيط , أو يمكن إيجاده من العلاقة الربيع الأدنى =

الحد الأدنى الحقيقي لفئة الربيع الادنى + $\frac{\text{رتبة الربيع الادنى – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الادنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأدنى}}$ **× طول الفئة**

ر1 = 19ر5 + $\frac{25 - 12}{20}$ **× 10**

= 19ر5 + $\frac{13}{20}$ **× 10**

= 19ر5 + 6ر5 = 26

وكذلك بنفس الإجراءات نجد الربيع الأعلى :

رتبة ر3 = $\frac{[illegible]}{4}$ × 3

أي :

رتبة الربيع الأعلى = $\frac{100}{4}$ × 3 = 75

وتكرارها هو 13 ثم نجد رتبة ر3 في فئته وهو : رتبة ر3 – التكرار المتجمع الصاعد السابق ر3 أي :

75 – 63 = 12

ثم نطبق العلاقة:

ر3 = الحد الأدنى الحقيقي لفئة ر3 + $\frac{\text{رتبة ر٣ في فئته}}{\text{تكرار فئة ر3}}$ × طول الفئة

= 49ر5 + $\frac{12}{13}$ × 10

= 49ر5 + 9ر23 = 58ر73

أو مباشر كما في ر1

ر3 = 49ر5 + $\frac{75 - 63}{13}$ × 10

إذن الربيع الأعلى ر3

ر3 = 49 ر5 + $\frac{75 - 63}{13}$ × 10

= 49ر5 + $\frac{12}{13}$ × 10

= 49ر5 + 9ر23 = 58ر73

بما أن نصف المدى الربيعي = $\frac{ر3 - ر1}{2}$ = $\frac{58,73 - 26}{2}$

= $\frac{32,73}{2}$ = 16ر37

مميزات وعيوب نصف المدى الربيعي:

1- يمكن حسابه بسهولة عن توافر قيم الرباعيين الأعلى و الأدنى

2- يستخدم في الأحوال التي يكون فيها التوزيع مشتملا على قيم متطرفة .

3- يستخدم في الأحوال التي يكون فيها التوزيع مفتوحا من احد الطرفين أو كليهما.

4- من الصعب معالجته رياضيا والتعرف على خصائصه .

ثالثا : الانحراف المتوسط :

حتى الآن لم نصل إلى أسلوب لقياس التشتت يراعي الفروق الموجودة بين جميع القيم في المجموعة الرقمية , فلقد لاحظنا أن المدى وكذا نصف المدى الربيعي السابق كيلهما يعتمدان على قيمتين اثنين فقط , ويمكن أن تكون هاتان القيمتين لا تمثلان باقي المجموعة.

ولذلك فإن الأمر الآن يتطلب أسلوبا أخر يأخذ في الحسبان كل القيم الواردة في المجموعة. وهذا الأسلوب أطلق عليه الانحراف المتوسط (متوسط الانحرافات).

ويحسب الانحراف المتوسط من قانون على النحو التالي:

الانحراف المتوسط = $\frac{\text{مج}|\text{س} - \text{م}|}{\text{ن}}$

حيث س = الدرجة الخام .

م= متوسط الدرجات الخام.

ن=عدد أفراد العينة.

| | = علامة تدل على أخذ الناتج دون اعتبار للإشارة ويسمى القيمة المطلقة.

ملاحظة :

علمنا أن نحسب الانحراف المتوسط اعتمادا على قيمة المتوسط (م) , ويمكن حساب ما يمكن أن نطلق عليه الانحراف الوسيط والانحراف المنوالي ولكن المعتاد والشائع الاستخدام وهو ما يعرف بالانحراف المتوسط.

مثال

احسب الانحراف المتوسط للدرجات التالية:

7,3,2,4,5,6,8

المتوسط م = $\frac{\text{مج س}}{\text{ن}}$ **=** $\frac{35}{7} = 5$

س	س - م	‌|س – م|
8	3	3
6	1	1
5	صفر	صفر
4	1-	1
2	3-	3
3	2-	2
7	2	2
مج س		مج |س - م|
35=		12=

بما أن الانحراف المتوسط = $\frac{\text{مج}|\text{س} - \text{م}|}{\text{ن}}$

= $\frac{12}{7} = 1,71$

مميزات وعيوب الانحراف المتوسط:

1- سهل الفهم والإجراء وغير شائع.

2- مقاييس للتشتت يأخذ في اعتباره جميع القيم.

3- لا يستخدم كمقياس إلا في أحوال نادرة .

4- من الصعب معالجته بطريقة رياضية ومازال يقلق بال الرياضيين.

1- مازال من الصعب التعرف على خصائصه