

المحاضرة السابعة

مقاييس النزعة المركزية

الموضوع : المنوال

عناصر المحاضرة

- مقدمة
- نشاط 1
- المنوال (مل) Mode ، التعريف وطرق الحساب
- نشاط 2
- طريقة إيجاد المنوال بيانيا واستخراج العلاقة بينه وبين كل من المتوسط والوسيط .
- نشاط 3
- تطبيق .

أهداف المحاضرة :

خاص : في نهاية المحاضرة

يتعرف الطالب إلى منوال سلسلة احصائية مباشرة ويتمكن من حسابه لسلاسل البيانات المختلفة.

إجرائي :

في نهاية الدرس :

1- يتعرف على منوال سلسلة احصائية باستخراجه مستخدما العلاقة الرياضية الخاصة لبيانات خام وبيانات مبوبة دون ارتكاب خطأ .

2- يتعرف على منوال سلسلة احصائية انطلاقا من التمثيل البياني ويحدده بالتمييز بينه وبين المتوسط والوسيط من خلال العلاقة الهندسية التي تربط بين مقاييس السلسلة .

ملخص المحاضرة :

يتناول الدرس موضوع المنوال كأحد مقاييس النزعة المركزية للسلاسل الإحصائية ويعرض لتعريفه بهدف التفريق بينه وبين بقية المقاييس ، ويستعرض من خلال المثلة

خطوات حسابه للبيانات الخام ن ولبيانات المبوبة في الجدول التكراري ، ثم يشرح العلاقة بينه وبين كل من المتوسط الحسابي والوسيط .

مقدمة:

في هذه المحاضرة سوف نركز على معرفة استخراج قيمة المنوال حسابياً وبالرسم مع معرفة مزايا المنوال وعيوبه وكذلك المقارنة بين مقاييس النزعة المركزية وهم المتوسط والوسيط والمنوال .

نشاط :

1 - عرف كلا من المتوسط والوسيط .

2 - مامزايا وعيوب كلا منهما .

المقطع الأول : المنوال (مل) Mode ، التعريف وطرق الحساب

هو أقل مقاييس النزعة المركزية دقة لذا يستعمل هذا المقياس في حالة المقارنات السريعة التي لا تتطلب دقة , بل أن بعض الحالات لا يوجد لها منوال .

ويعرف المنوال لمجموعة من البيانات بأنه القيمة التي لها أكبر تكرار أو الخاصية الأكثر انتشاراً أو شيوعاً .

طرق حساب المنوال

1- من البيانات الخام :

لو كان لدينا القيم التالية :

7 , 9 , 8 , 4 , 8 , 5 , 7 , 8

نجد أن المنوال هو 8 لأن القيمة 8 تكررت أكثر من أية قيمة أخرى . كما يمكن أن يكون لمجموعة من القيم أكثر من منوال واحد , فلو افترضنا أن لدينا مجموعة القيم التالية :

. 12 , 7 , 12 , 9 , 5 , 9 , 12 , 8 , 9

نرى أن كل من الرقم 9 والرقم 12 تكرر ثلاث مرات إذن في هذه الحالة لدينا منوالين هما 12,9 .. وهكذا ..

يحسب من الدرجات الخام (غير المبوبة) كما مر معنا ويعبر عنه بأنه القيمة التي لها أكبر تكرار أو الأكثر شيوعاً , أما في حالة البيانات المصنفة في جدول تكرار فيمكن حسابه كما يلي :

2- حساب المنوال في حالة الجدول التكراري

يمكن اعتبار مركز الفئة المقابلة لأكبر تكرار في التوزيع هو المنوال كما في المثال التالي :

مثال : احسب المنوال من الجدول التكراري التالي :

مركز الفئة (س)	ك	ف
7	2	9-5
12	5	14-10
17	8	19-15
22	12	24—20
27	9	29-25
32	7	34-30
37	2	39-35

نرى أن الفئة 20 – 24 مقابلة للتكرار 12 وهو أكبر تكرار ومركزها هو 22 .

إذن المنوال = 22

ويمكن إيجاد المنوال حسابياً وفقاً للخطوات التالية :

أ- نعين الفئة لأكبر تكرار (الفئة المنوالية) وليكن تكرارها (ك)

ب- نحدد التكرار السابق لهذه الفئة وليكن ك1 .

ج – نحدد التكرار اللاحق لهذه الفئة وليكن ك2.

د- نعين الحد الأدنى الحقيقي للفئة المنوالية وليكن أ .

ثم نطبق القانون التالي :

$$\text{مل} = \text{أ} + \frac{\text{ك} - \text{ك}1}{\text{ك} - \text{ك}2} \times \text{ل}$$

$$\text{حيث } 1 = \text{ك} - \text{ك}1$$

$$2 = \text{ك} - \text{ك}2$$

$$\text{ل} = \text{طول الفئة} .$$

مثال :

أوجد المنوال حسابياً للجدول في المثال السابق

الحل :

الفئة المنوالية هي 20 - 24

الحد الأدنى الحقيقي لها = 19,5 وتكرارها (ك) = 12

التكرار السابق لها (ك 1) = 8

التكرار اللاحق لها (ك 2) = 9

طول الفئة (ل) = 5

$$\text{إذن مل} = 19,5 + 5 \times \frac{4}{3+4}$$

$$= 19,5 + \frac{20}{7}$$

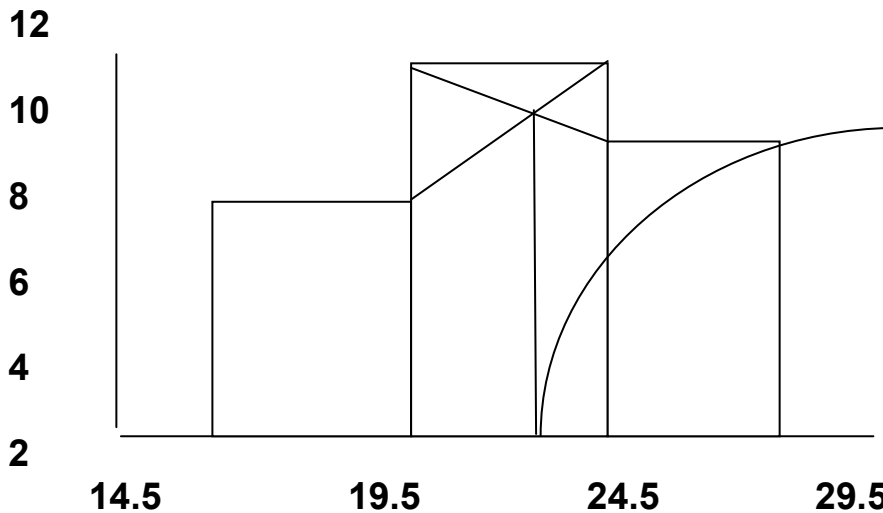
$$= 22,36 = 2,86 + 19,5 =$$

وهذه الطريقة أفضل من سابقتها , كما توجد طرق أخرى لإيجاد المنوال حسابياً ولكن سنكتفي بهذه لأنها تعتبر الأدق , وأن كان حسابها تقريبياً .

المقطع الثاني : طريقة إيجاد المنوال بيانياً واستخراج العلاقة بينه وبين كل من المتوسط والوسيط

يمكن إيجاد المنوال بطريقة الرسم المدرج التكراري للفئات المنوالية , والسابقة لها واللاحقة لها , ثم نصل رؤوس المستطيلات كما في الشكل ومن نقطة التقاطع ننزل عموداً فيلاقي محور الفئات عند نقطة قيمتها هي المنوال .

المنوال = 22,6 تقريباً



مزايا و عيوب المنوال

1- مزايا المنوال :

1- يتميز المنوال بسهولة حسابه .

2- لا يتأثر بالقيم المتطرفة في البيانات .

2 - عيوب المنوال :

1- لا يأخذ في الإعتبار جميع البيانات .

2- تتأثر قيمته عند إعادة التوزيع واستخدام فئات جديدة .

3- أقل مقاييس النزعة المركزية دقة .

4- قد لا نجد منوالاً لبعض التوزيعات .

3 - العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية :

هناك علاقة تجريبية تربط مقاييس النزعة المركزية في حالة التوزيعات التكرارية أحادية المنوال والبسيطة الالتواء والتوزيعات القريبة من التوزيع الطبيعي وهذه العلاقة هي :

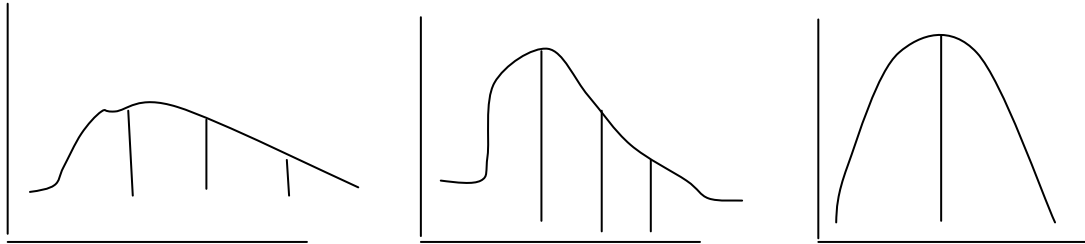
$$\text{المتوسط} - \text{المنوال} = 3 \times (\text{المتوسط} - \text{الوسيط}) .$$

$$\text{أي } م - مل = 3 \times (م - و)$$

وهذه العلاقة تعتبر تقريبية , ولا يعتد بها في حالة التوزيعات التكرارية شديدة الالتواء , أما في التوزيع الطبيعي فنرى أن جميع هذه المقاييس تأخذ قيمة واحد كما يظهرها الشكل التالي :

(أ) التوزيع الطبيعي نرى فيه $م = و = مل$ (ب) توزيع قليل الالتواء

(ج) توزيع شديد الالتواء



مثال :

نشاط موضعي :

أعطى استاذ المقياس علامات الإمتحان للطلبة ، و علق عليها بالقول أنها مقبولة على العموم وأن منوال الدرجات هو 12,5 ، بينما كان وسيطها 13 ، ولأنك أخذت العلامة الأكبر فقد طلب منك الأستاذ إعطائه منوال الدرجات مستخدماً الحساب الذهني فما هو ؟.

بعد إجابتك سالك الأستاذ فيما إذا كان منوال الدرجات يعد حكماً صادقاً على سلسلة العلامات بماذا تجيب ، ولماذا ؟

الحل :

$$م - مل = 3 (م - و)$$

$$م - م = 11 = 3 - 3 \times 12$$

$$36 - 11 = 3 - م$$

$$25 = 2 م .$$

$$12,5 = \frac{25}{2} = م$$

نشاط إجمالي

مثال :

فيما يلي جدولاً تكرارياً يمثل توزيع درجات 100 طالب في مادة الرياضيات . احسب المتوسط والوسيط والمنوال

ك ح	ح	ك×س	س	ك ص	ك	ف
6-	6-	62	62	1	1	63-61
10-	5-	130	65	3	2	66-64
12-	4-	204	68	6	3	69-67
15-	3-	355	71	11	5	72-70
16-	2-	592	74	19	8	75-73
12-	1-	924	77	31	12	78-76
صفر	صفر	1440	80	49	18	81-79
25	1	2075	83	74	25	84-82

38	2	1634	86	93	19	87-85
21	3	623	89	100	7	90-88
13		8039			100	المجموع

الحل :

(1) م بطريقة مراكز الفئات :

$$80,39 = \frac{8039}{100} = \frac{\text{مجموع} \times \text{س}}{\text{ن}} = \text{م}$$

(2) بطريقة الانحراف الفرضي :

$$3 \times \frac{13}{100} + 80 = \text{م}$$

$$\frac{39}{100} + 80 =$$

$$80,39 = 0,39 + 80 =$$

الوسيط :

$$50 = \frac{100}{2} = \frac{\text{مجموع}}{2} = \text{رتبة و عموماً}$$

إن فئة و هي (84 - 82)

رتبة و في فئته = 50 - 49 = 1

$$3 \times \frac{1}{25} + 81,5 = \text{و}$$

$$0,12 + 81,5 =$$

$$. 81,62 =$$

المنوال :

(1) يمكن اعتباره 83 لأنه مركز الفئة القابلة لأكبر تكرار .

$$83 = \text{م}$$

أو إذا أردنا حسابه من القانون .

$$6 = 19 - 25 = 2 \quad 7 = 18 - 25 = 1 \quad (2)$$

$$3 \times \frac{7}{6+7} + 81,5 = \text{مل}$$

$$\frac{21}{13} + 81,5 =$$

$$1,6 + 81,5 =$$

$$83,1 =$$