المحاضرة السادسة

خصائص النزعة المركزية

الموضوع **الوسيـــــط**

عناصر المحاضرة

- مقدمة .
- الوسيط وحسابه من البيانات الخام .
- نشاط .
- حساب الوسيط من البيانات المبوبة في جدول تكراري .
- نشاط
- استخراج الوسيط من التمثيل البياني
- مزايا وعيوب الوسيط .
- تطبيق .

أهداف المحاضرة :

خاص : في نهاية المحاضرة :

- يعين الطالب ويحسب وسيط سلسلة بينات إحصائية بناء على طبيعتها وخصائص بياناتها بطرق مختلفة .

إجرائي :

في نهاية المحاضرة :

1 – يعين وسيط سلسلة بيانات غير مبوبة فردية العدد أو زوجية بطريقة مباشرة من دون إرتكاب خطا.

- يحسب وسيط بيانات مبوبة في جدول تكراري باعتماد القاعدة الرياضية ،من دون ارتكاب خطأ.

- يستخرج وسيط سلسلة إحصاية اعتمادا على التمثيل البياني للتكرار المتجمع بتقدير لا يزيد عن 0,5 زيادة أو نقصانا .

مقدمة:

في هذه المحاضرة سوف يكون التركيز على ثاني مقاييس النزعة المركزية وهو الوسيط وهو أقل دقة من المتوسط ولكنه يعتبر جيد في تمثيل الفئات المفتوحة والتي لا يستطيع المتوسط أن يعبر عنها بدقة . وكذلك سوف نتناول مزايا وعيوب الوسيط .

المقطع الأول : الوسيط (و) Median وحسابه من البيانات الخام

لقد أشرنا في بداية هذا الفصل إلى أن الوسط المركزي الذي يمثل المجموعة يجب أن يكون دقيقاً وموثوقاً به , وعلمنا أيضاً أن من عيوب المتوسط عدم صلاحيته لتمثيل البيانات في حالة الجداول التكرارية المفتوحة أي الجداول التي لاتعرف بدايتها أو نهايتها مما يصعب معه تحديد مركز الفئة فنضطر إذا كان لنا خياراً أن نعتبر الجدول التكراري مقفلاً وأن فئته الأولى مساوية في الطول لبقية الفئات المفتوحة إن كانت تكراراتها قليلة لدرجة يمكن إهمالها إذ نحسب المتوسط في هذه الحالة على أساس الفئات المتبقية . ولكن في كلتا الحالتين يكون المتوسط المحسوب ذا قيمة تقريبية وليست دقيقة لذا نبحث عن مقياس آخر يعالج هذا العيب أو القصور في المتوسط , والمقياس البديل في هذه الحالة هو الوسيط .

والوسيط يعرف على أنه القيمة التي يصغرها 50% من البيانات ويكبرها 50% من البيانات . أي أنه القيمة التي تتوسط البيانات بعد ترتيبها . أو القيمة التي يسبقها عدد من الدرجات مساوياً لعدد الدرجات التي تليها بشرط أن ترتب هذه البيانات (الدرجات) ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً , فإذا عرفنا قيمة الوسيط لمجموعة من الدرجات مثلاً استطعنا أن نحكم بأن هناك 50% أفضل من درجة الوسيط و50% أقل مستوى من درجة الوسيط .

حساب الوسيط من البيانات الخام

يمكن أن نحسب الوسيط في الحالتين :

أولاً : من البيانات الخام (غير المبوبة) :

لحساب الوسيط من القيم غير المصنفة في جدول تكراري هناك حالتان :

إما أن يكون عد القيم فردياً أو زوجياً ولنأخذ كل حالة على حدة :

(أ) إذا كان عدد القيم فردياً :

تتلخص الخطوات فيما يلي :

1- ترتب القيم تصاعدياً أو تنازلياً أي من الصغير إلى الكبير أو بالعكس .

2- نجد رتبة الوسيط (و) من العلاقة .

رتبة و = $\frac{1 + ن}{2}$ حيث ن = عدد البيانات (عدد أفراد المجموعة) .

فيكون الرقم أو الدرجة المقابلة لهذه الرتبة هو الوسيط المطلوب .

مثال :

احسب الوسيط للبيانات التالية :

12, 17 , 8 , 29 , 25 , 15 , 19 .

الحل :

نرتب البيانات : 8 , 12 , 15 , 17 , 19 , 25 , 29 .

رتبة و = $\frac{7+1}{2}$

إذن القيمة التي ترتيبها الرابعة هي الوسيط = 17

(ب) إذا كان عدد القيم زوجياً :

في هذه الحالة سيكون لدينا وسيطين (قيمتين وسطيتين) و1 , و2 , والوسيط المطلوب هو متوسط هذين الوسيطين وإليك خطوات حسابها :

1- ترتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً .

2- نجد رتبة الوسيط الأول و1 من العلاقة

رتبة و1 = $\frac{ن}{2}$ والرقم المقابل لهذه الرتبة هو الوسيط الأول و1

3- نجد رتبة الوسيط الثاني و2 من العلاقة

رتبة و2 = $\frac{ن}{2}$ +1 والرقم المقابل هذه الرتبة هو الوسيط الثاني و2

4- نجد الوسيط المطلوب من العلاقة :

$$و = \frac{و1 + و2}{2}$$

مثال :

احسب الوسيط للقيم التالية :

12 , 17 , 15 , 8, 19 , 25 , 29 , 22 .

الترتيب :

8 , 12 , 15 , 17 , 19 , 22 , 25 , 29 .

رتبة و1 = $\frac{8}{2}$ = 4 قيمة و1 = 17 .

إذن قيمة و1 = 17

رتبة و2 = $\frac{8}{2}$ +1 = 4+1 = 5

إذن قيمة و2 = 19

إذن و = $\frac{19 + 17}{2}$ = 18

المقطع الثاني : حساب الوسيط من البيانات المصنفة في جدول تكراري

ولحساب الوسيط من جدول تكراري نتبع الخطوات التالية :

1- نجد التكرار المتجمع الصاعد .

2- نجد ما يسمى برتبة الوسيط عموماً من العلاقة :

رتبة الوسيط = $\frac{\text{مج ك}}{2}$

لاحظ أنها منتصف التكرارات .

ومنها نحدد فئة الوسيط وهي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الذي يساوي أو يزيد عن رتبة الوسيط عموماً

3- نجد رتبة الوسيط من فئته من العلاقة .

رتبة الوسيط في فئته = رتبة الوسيط عموماً – التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط

4- نطبق القانون التالي لحساب الوسيط :

الحد الأدنى الحقيقي لفئة و + $\frac{\text{رتبة و في فئته}}{\text{تكرار فئة و}}$ × طول الفئة

والمثال التالي تطبيق على هذه الخطوات .

مثال رقم (21) :

ف	ك	ك ص
34 – 25	3	3
44 – 35	4	7
54 – 45	6	13
64 – 55	7	20
74 – 65	11	31
84 – 75	7	38
94 – 85	2	40
المجموع	40	

التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة و

1- وجدنا ك ص (التكرار المتجمع الصاعد)

2- رتبة و عموماً $\frac{\text{مج ك}}{2}$ أو $\frac{\text{ن}}{2}$ = $\frac{40}{2}$ = 20

إذن نجد أن فئة الوسيط هي 55 - 64

3- رتبة و في فئة الوسيط = 20 - 3 = 17

بما أن الوسيط = الحد الأدنى الحقيقي لفئة و + $\frac{\text{رتبة و في فئته}}{\text{تكرار فئة و}}$ × طول الفئة

4- و = 54 و5 + $\frac{7}{7}$ × 10 = 64,5

كما يمكن كتابة العلاقة بالصورة التالية :

$$\text{و} = \text{أ} + \frac{\text{ك و السابق و}}{\text{ك و}} \times \text{ل}$$

حيث أ = الحد الأدنى الحقيقي لفئة الوسيط .

وبتطبيقها نرى :

$$\text{و} = 54,5 + \frac{7}{7} \times 10 = 54,5 + 10 = 64,5$$

كما يمكن إيجاد الوسيط باستخدام التكرار المتجمع النازل بنفس الخطوات تقريباً مع تعديل صيغة العلاقة

إلى :

$$\text{و} = \text{الحد الأعلى الحقيقي لفئة و} - \frac{\text{رتبة و في فئته}}{\text{تكرار فئة و}} \times \text{ل}$$

أي نجد رتبة الوسيط عموماً = $\frac{\text{ن}}{2}$

ومنها نحدد فئة الوسيط وهي الفئة المقابلة للتكرار المتجمع الذي يساوي أو يقل عن رتبة الوسيط عموماً .

ثم نجد رتبة الوسيط في فئته وهي : رتبة الوسيط عموماً – التكرار المتجمع اللاحق لفئة الوسيط .

ثم تطبيق العلاقة أعلاه كما في المثال التالي :

مثال :

احسب الوسيط بطريقة التكرار المتجمع النازل لنفس المثال السابق :

ف	ك	ك ن
34 – 25	3	40
44 – 35	4	37

54 – 45	6	33
64 – 55	7	27
74 – 65	11	20
84 – 75	7	9
94 – 85	2	2
المجموع	40	

التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة و

رتبة و عموماً = $\frac{40}{2}$ = 20

ومنها فئة و = 74-65

رتبة و عموماً = 20 - 9 = 11

إذن و = 74,5 - $\frac{11}{11}$ × 10

= 74,5 - 10

= 64,5 وهو نفس الجواب السابق .

رتبة و = $\frac{45}{2}$ = 22,5

لاحظ الرقم المقال لرتبة و هو 70

إذن رتبة و في فئته = 22,5 -21= 1,5

و = 69,5 + $\frac{1,5}{13}$ ×1

= 69,5+0,12

= 69,62 تقريبا

لاحظ طول الفئة هنا = 1 كيف تجده ؟

المقطع الثالث : إستخراج الوسيط باستخدام التمثيل البياني

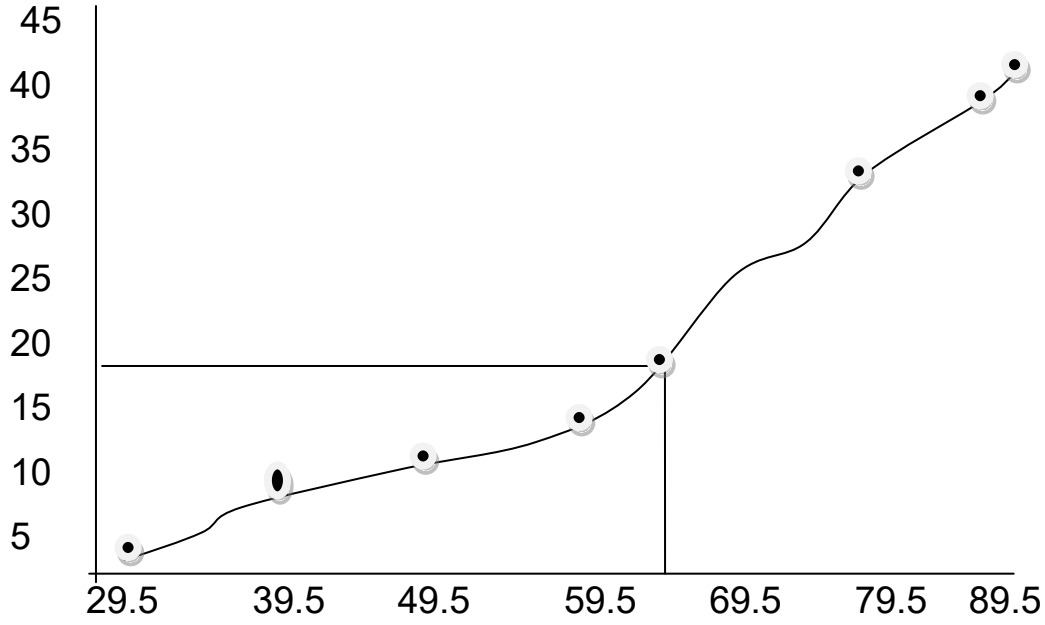
يمكن إيجاد الوسيط عن طريق رسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد أو التكرار المتجمع النازل أو من كليهما . فإذا اعتمدنا على التكرار المتجمع الصاعد لتعيين الوسيط فإن علينا أن نرسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد كما مر معنا في رسم المنحنى , ثم نعين منتصف البيانات وذلك بقسمة مجموع التكرارات (ن) على 2 , ثم نحدد هذه القيمة على المحور العمودي (محور التكرارات) ونرسم منها مستقيماً موازياً لمحور الفئات وعند تلاقي هذا المستقيم مع المنحنى نسقط من نقطة التلاقي عموداً على محور الفئات فتكون نقطة التقائه هي الوسيط . كما في الشكل التالي :

مثال :

عين المتوسط للبيانات الواردة في المثال التالي

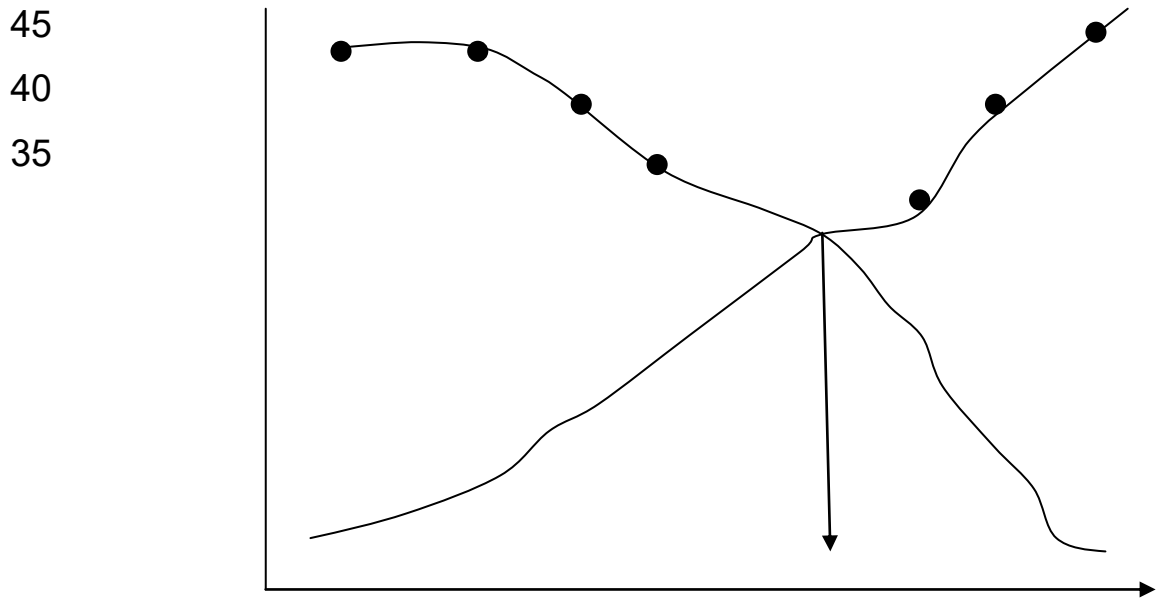
الحل :

نرسم المنحنى للتكرار المتجمع الصاعد ..



أما تعيين الوسيط عن طريق كلا المنحنين الصاعد والنازل فيتم برسم كلا المنحنيين ومن نقطة تقاطعهما ننزل عمودا على محور الفئات فتكون نقطة التلاقي هي الوسيط المطلوب كما هو مبين في المثال التالي .

منحنى التكرار المتجمع الصاعد منحنى التكرار المتجمع النازل



الوسيط == 64,5 تقريبا

مزايا وعيوب الوسيط :

مزايا الوسيط :

1- لا يتأثر الوسيط بالقيم المتطرفة من البيانات لذا يستخدم بدل المتوسط في مثل هذه الحالات .

2- لا تتأثر قيمة الوسيط كثيراً عند إعادة التوزيع التكراري .

3- يمكن استخدامه في حالة الجداول ذات الفئات المفتوحة لأنه لا يعتمد على مراكز الفئات .

عيوب الوسيط :

1- لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات بل يعتمد على جزء منها كما رأينا في طريقة حسابه .

2- تختلف قيم الوسيط من عينة إلى أخرى لنفس المجتمع بعكس المتوسط .