المحاضرة الرابعة

مقاييس النزعة المركزية

الموضوع : المتوسط الحسابي وطرق ايجاده

عناصر المحاضرة :

- مقدمة .
- حساب المتوسط من القيم الخام مباشرة
- حساب المتوسط للقيم الخام باستخدام وسط فرضي
- حساب المتوسط للقيم الخام من قيم متكررة
- تطبيق

أهداف المحاضرة :

خاص : في نهاية المحاضرة :

يحسب الطالب متوسط سلسلة احصائية بطرق مختلفة : بالطريقة البسيطة ، بطريقة الوسط الفرضي ، بطريقة القيم المكررة .

إجرائي :في نهاية المحاضرة :

- يحسب المتوسط الحسابي لسلسلة احصائية بالطريقة المبسطة اعتماد على مجموع البيانات من دون ارتكاب خطإ في مدة لا تزيد عن 3د.
- يجد المتوسط الحسابي لسلسلة احصائية بإعتماد طريقة الوسط فرضي من دون ارتكاب خطأ وفي مدة لا تزيد عن 3د.
- يجد المتوسط الحسابي لسلسلة احصائية باستخدام تكرارات القيم من دون ارتكاب خطإ وفي مدة لا تزيد عن 3د.

مقدمة :

في هذه المحاضرة سيكون التركيز على طرق حساب المتوسط وهو أهم مقاييس النزعة المركزية واختيار الطرق الأسهل لحسابه من القيم الخام أو المكررة وباستخدام الوسط الفرضي مع الإمثلة إن تصنيف البيانات في جدول تكراري يفيد في تقليص الوقت والجهد للحكم على البيانات أما إذا كان لدينا ثلاث مجموعات من الطلاب في كل مجموعة 50 طالبا وقمنا بعمل الجدول التكراري للمجموعات الثلاث, وأردنا مقارنة أداء المجموعة الأولى مع الثالثة والثانية مع الثالثة من حيث التحصيل بغية أن نرى أي المجموعات الثلاث أفضل, نرى أننا نحتاج أن ندرس كل مجموعة على حدة مما يستهلك وقتا وجهدا كبيرين, ولكن لو مثلت كل مجموعة من هذه المجموعات

الثلاث برقم واحد وأردنا مقارنة الأرقام الثلاثة لاستطعنا أن نحكم على أداء أية مجموعة منها وان نفاضل بينها. وبما أننا سنصدر أحكاما على هذه المجموعات من خلال رقم واحد إذن يجب أن يمثل هذا الرقم المجموعة الخاصة به خير تمثيل وبكل دقة. وأول هذه الأرقام التي تمثل تلك المجموعات التي نحن بصددها هي ما تسمى بمقاييس النزعة المركزية ومقاييس النزعة المركزية والتي يطلق عليها البعض المتوسطات المركزية المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

ولكي يكون الوسيط المركزي نافعا وفعلا ويمثل البيانات خير تمثيل يجب ان تتوافر الشروط التالية:

1- يجب ان تحدد قيمته بالضبط.

2- يجب ان يأخذ في الاعتبار جميع البيانات (المشاهدات) في الظاهرة.

3- يجب أن يكون سهلا من الناحية الإجرائية الحسابية أي يمكن حسابه بيسر وسهولة.

4- يجب ان يكون سهلا في فهمه وتفسيره.

5- يجب أن لا يتأثر كثيرا عند اختلاف العينات من مجتمع واحد.

و لنتاول كلا من هذه المتوسطات على حدة:

المقطع الأول : المتوسط الحسابي وطرق حسابه:

ويعرف المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم بأنه عبارة عن مجموع جميع القيم مقسوما على عددها.

حيث إن:

م : ترمز الى المتوسط.

س: ترمز الى القيم.

ن : ترمز إلى عدد القيم.

ويمكن كتابة الوضع السابق بطرقة مختصرة وذلك باستخدام إشارة (المجموع) مج (أي تكون قيمة المتوسط إذا رمزنا للمجموع بالرمز مج) كما يلي:

$$م = \frac{مج\ س}{ن}$$

مثال:

احسب متوسط الأعمار التالية: 28, 25, 24, 13, 18 , 12.

الحل:

$$م = \frac{مج\ س}{ن}$$

$$20 = \frac{120}{6} = \frac{12+18+13+24+25+28}{6}$$

طرق حساب المتوسط:

هناك طرق عديدة لحساب المتوسط تعتمد على طبيعة البيانات وعددها وسنعرض فيما يلي بعضا من هذه الطرق:

اولا:حساب المتوسط من القيم الخام مباشرة:

ويمكن حساب المتوسط من القيم الخام (البيانات التي لم تصنف في فئات) بإحدى الطرق الاتية:

(1)حساب المتوسط للقيم باستخدام وسط فرضي:

وتستخدم هذه الطريقة عندما تكون قيم البيانات كبيرة مما تسبب صعوبة في حسابها, بالطريقة السابقة كما ورد في المثال ولتسهيل عملية حسب المتوسط في هذه الحالة نلجأ إلى استخدام طريقة الوسط الفرضي

نرمز للوسط الفرضي (أ)

نرمز للانحراف (ح)

$$\text{أي أن المتوسط} = \text{أ} + \frac{\text{مجموع الانحرافات}}{\text{عدد البيانات}}$$

$$\text{إذن : م} = \text{أ} + \frac{مج\ ح}{ن}$$

مثال : احسب المتوسط للبيانات التالية:

2544, 2548, 2546, 2542، 2545.

الحل بالطريقة العادية: مج س = 21725

عدد البيانات (ن) = 5

إذن م = 2545

2 – بطريقة الوسط الفرضي : أما بطريقة الوسط الفرضي فأننا نحتاج إلى وسط فرضي من هذه الأرقام وليكن 2540 فيكون:

ح1 = 2544 - 2540 = 4

ح2 = 2548 - 2540 = 8

ح3 = 2546 - 2540 = 6

ح4 = 2542 - 2540 = 2

ح5 = 2545 - 2540 = 5

مج ح = 25

وبتطبيق المعادلة م = أ + $\frac{\text{مج ح}}{\text{ن}}$ ، م= $\frac{25}{5}$ + 2540 = 5+ 2540 = 2545

مثال : احسب المتوسط للقيم التالية الخاصة بمفهوم الذات لدى مجموعة من الأطفال:

78, 75, 79, 69, 74.

الحل:

نفرض الوسط الفرضي (أ=69) فيكون:

القيمة (س)	(س - أ) = ح
78	9
75	6
79	10
69	0
74	5
—	—
	30

م = 69 + $\frac{30}{5}$ = 75

المقطع الثاني : حساب المتوسط بطريقة القيم المتكررة

يمكن حساب المتوسط للقيم المتكررة بنفس الطريقة السابقة , ولكن إذا كانت هذه القيم كثيرة فيفضل استخدام الطريقة التالية لتسهيل العمليات الحسابية وهي تتلخص بالخطوات التالية:

ا- نضرب كل قيمة من القيم في تكرارها.

ب- نجد حاصل جمع ضرب القيم في تكراراتها.

ج- نطبق المعادلة التالية:

مج (س x ك)

م= مج

ن

حيث س : تمثل القيمة.

ك : التكرار المقابل لها

ن : عدد القيم.

كما يمكن ان نستخدم فكرة الوسط الفرضي في هذه الحالة أيضا وتتلخص فيما يلي:

(أ) نختار وسطا فرضيا معينا

(ب) نجد انحرافات القيم عن الوسط الفرضي.

(ج) نضرب انحراف كل قيمة في التكرار المقابل لها.

(د) نجد المجموع الجبري الحاصل ضرب التكرار × الانحراف

(هـ) نطبق العلاقة:

مج (س x ك)

م= ا +

ن

حيث ح هي الانحراف عن الوسط الفرضي. والمثال التالي يوضح كلتا الحالتين.

مثال: احسب المتوسط الحسابي لدرجات سمة التسلط التي قيست لدى عينة مكونة من 20 طالبا جامعيا وكانت كما يلي:

مج (س x ك)

بتطبيق المعادلة

ن

603

م =

20

القيم (س)	التكرار (ك)	ك × س
25	3	75
27	4	108
30	7	210

33	4	132
39	2	78
	20	603

س	ك	الانحراف عن الوسط (ح)	ك×ح
25	3	25 ـ 30 = ـ 5	ـ 15
27	4	27 ـ 30 = ـ 3	ـ 12
30	7	30 ـ 30 = 0	0
33	4	33 ـ 30 = 3	+12
39	2	39 ـ 30 = 9	+18
المجموع	20		+3

وبتطبيق المعادلة:

$$م = \frac{مج\ (ح \times ك)}{ن} + 30$$

$$= \frac{2}{20} + 30$$

= 0ر15 + 30

= 30ر15 وهو نفس الجواب

مثال

احسب المتوسط لعلامات الطلاب التالية والتي قيست بأحد الاختبارات لدى مجموعة مكونة من 15 طالبا في الصف الثاني متوسط وذلك باستخدام وسط فرضي ومرة اخرى بدونه.

س	ك	ك×س
45	2	90
48	3	144
49	3	147
52	2	104
55	3	165
60	2	120
المجموع	15	770

$$م = \frac{مج\ (س \times ك)}{ن} = \frac{770}{15} = 51ر32$$

المقطع الثالث : حساب المتوسط بطريقة الوسط الفرضي

ليكن الوسط الفرضي = 50

س	ك	ح	ك×ح
45	2	5 -	10 -
48	3	2 -	6 -
49	3	1 -	3 -
52	2	2 +	4 +
55	3	5 +	15 +
60	2	10 +	20 +
المجموع	15		20 +

وتطبيق المعادلة

$$م = ا + \frac{مج\ (ح \times ك)}{ن}$$

$$م = 05 + \frac{1ر33 + 50}{20} \times 15 = 51ر33$$

نشاط اجمالي :

السؤال الأول :

أجرى باحث دراسة للتعرف على درجة السلوك العدواني لدى عينة من الأطفال عددها 30 طفلا بالمرحلة الابتدائية، وكانت درجاتهم على مقياس السلوك العدوان كالتالي:

10	8	12	17	12	3	11	9	4	7
9	6	10	8	12	10	15	13	16	3
3	11	9	15	10	17	19	10	12	14

والمطلوب:

1. توزيع الدرجات السابقة في جدول تكراري الحد الأدنى للفئة الأولى فيه (3)، ومدى الفئة (3).
2. حساب المتوسط الحسابي للبيانات الخام بالطريقة المبسطة .

السؤال الثاني:

- ما الطرق الثلاثة الممكنة لحساب متوسط القيم الخام في سلسلة احصائية
- أحسب متوسط القيم بطريقة المتوسط الفرضي ، وبطريقة القيم المكررة .
- ماذا تلاحظ على النتائج الثلاثة .