المحور الثالث: المشكلات الابستيمولوجية للعلوم الصورية:

12- المحاضرة الثانية عشر

الرياضيات والمنطق الصوري

يقصد بالعلوم الصورية أو العقلية تلك العلوم ذات الطبيعة المنطقية، أي معيار الصدق فيها منطقي، معنى تكتسب صدقها من مدى تطابق العقل مع نفسه. ومن هذه العلوم نجد: الرياضيات، و المنطق، ولكل منهما مشكلاته المعرفية والمنهجية يمكن تتبعها تاريخيا كما يلي:

ا) مشكلة الأسس في الرياضيات:

إن الرياضيات منذ أن قامت كعلم نظري علي يد اليونان إلى غاية القرن التاسع عشر، اعتبرت نموذجا مثاليا للتفكير العقلاني كما أنها كانت نموذجا حيا لتفسير المذهب الأفلاطوني وأساسا لبناء الحقائق اليقينية، ولهذا فإن أفلاطون جعلها إحدى الركائز المهمة من أجل الوصول إلى عالم الأفكار من خلال نظريات جدله الصاعد. جعل أفلاطون الرياضيات علم نظري خالص يساعد الفرد على بلوغ الحقيقة واليقين، ولهذا فإن الرياضيات مع أفلاطون كانت مفارقة للواقع باعتبار أن هذا الأخير يمثل عالم الشك والظن.

- الهندسة الإقليدية:

ظلت الهندسة الإقليدية القاعدة الثابتة للعقلانية الفلسفية، إلى العصر الحديث عند كانط[1]. وقد ارتبطت هذه الهندسة بإقليدس Euclid 300 ق م، وقد ظهرت معه الرياضيات في أكثر صورها تماسكا. و جعلت من البرهان الرياضي أداة لتفسير العالم و تقديم حقائق يقينية مستنتجة بطرق تحليلية برهانيه. إن الرياضيات الأقليدية كانت عبارة هندسية أكثر منها جبرية ولهذا فإنها بنت نتائجها على أسس ومبادئ تظهر واضحة وجلية للعقل، قريبة من الواقع وكما أن نتائجها المستنبطة، كانت تبدو في غاية البساطة والوضوح.

لإقليدس كتاب مشهور سماه الأصول أو العناصر Les éléments وهي مجموعة رسائل كتبها سنة 300 ق م بالإسكندرية وتضم هذه الرسائل مجموعة من المبادئ وهي ثلاثة البديهيات والتعريفات والبراهين (المصادرات).

1- البديهيات Les axiomes: وهي عبارة عن قضايا واضحة يذاتها، لا تحتاج إلى البرهنة على صحتها، بل البرهان يقوم عليها. مثال ذلك المساويان لثالث متساويان.

---

1 غاستون باشلار، الفكر العلمي الجديد، تر: عادل العوا، ط2، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، 1983،

2- التعريفات Les définitions: من خلالها يوضح الرياضي بعض المعاني الرياضية واستعمالها في البرهان الرياضي، وقد استنبط إقليدس حوالي 465 قضية شكلت أساسا في بنائه لنسق استنباطي Système déductif وهو أول إطار منطقي لهندسته.

3- المصادرات Les postulas: وهي أقل وضوحا من البديهيات، وهي عبارة عن قضايا يطلب منا الرياضي التسلسم بها لكي ينقلنا إلى نتائج نسلم بها كذلك[2].

اعتبرت البديهيات الأوقليدية دوما مقبولة، كما أن التعاريف ضرورية لأنه لا يمكن التقدم في البحث دون الانطلاق من حدود لا معرفة. أما المسلمات أو ما يمكن أن نطلق عليه المصادرات، فقد كانت السبب أثارت الكثير من التردد والشك تلك المعروفة بمسلمة التوازي، والتي تصاغ عادة كالتالي: من نقطة خارج مستقيم لا يمكن رسم إلا خطا واحدا فقط مواز للأول.

وقد حاول الرياضيون عبر العصور من يونان و عرب وغربيون البرهنة عليها، والرجوع بها إلى قضايا أبسط منها، و لكنهم جميعا لم يفلحوا في ذلك، كما أنهم لم يستطيعوا الاستغناء عنها لأن في الاستغناء انهيار للهندسة الإقليدية كلها، لأنها تشكل (مسلمة التوازي) العمود الفقري لهندسة إقليدس ومنها تستخلص جميع الخاصيات الهندسية فيما يخص قياس زوايا المثلثات، وطبيعة الأشكال الهندسية.

وقد خطت الهندسة الإقليدية خطوات كبيرة خصوصا مع الرياضي الفرنسي الكبير ديكارت Descartes الذي أدمج بين الهندسة مع الجبر ليصنع منهما الهندسة التحليلية أو التحليل وذلك عن طريق جعل الأشكال الهندسية عبارة عن معادلات جبرية[3].

ولعل الميزة الأساسية التي قدمها ديكارت للهندسة هو أنه أعطاها تصورا جديدا و فتح لها مجالا واسعا للانتشار ولتفسير العالم بصورة أكثر وضوحا واتساقا عن طريق قوانينها المتسمة بالصدق واليقين "الرياضيات علم البداهة واليقين" الرياضيات مع ديكارت ستأخذ مسارا جديدا ستقطع مع الطابع التأملي الذي سيطر على الفكر منذ العهد اليوناني لتبدأ في الارتباط بالواقع أكثر من السابق.

ولما أقبل العالم الرياضي الروسي لوباتشفسكي Nikolaï Ivanovitch Lobatchevski محاولا الانتصار لهندسة إقليدس وذلك من خلال المبرهنة على المسلمة الخامسة، استعان بالبرهان بالخلف و ذلك عن طريق إثبات صحة القضية وذلك بإثبات خطئ نقيضها، وهذا بفضل لعبة جدلية Un jeu didatique مثلما يعّبر عنها فراسوا

2 Leon Brunschvicg, Les étapes de la philosophie mathématique, Paris, Librairie Felix Algan, 1912, pp 84-93 .
3 R.Descartes, Règles pour la direction de l'esprit4, Paris, Galimard, 1953, pp 48-51.

غيري[4]. لكن النتائج كانت معكوسة. وفي سنة 1837 قام بنشر مقالة بعنوان "الهندسة الخيالية أو التصويرية بفرنسا La géométrie imaginaire فلوباتشفسكي كان يعرف مسبقا أنه في طور إنجاز حقائق لا يقبلها العقل السوي وليس لوباتشفسكي وحده هو الذي سطر لعالم لا إقليدي بل هناك عالم آخر سطع اسمه عاليا اسمه ريمان،

إن طبيعة الانتقال من الهندسة الأوقليدية إلى الهندسات اللا إقليدية، أو الانتقال من "الكائن إلى البنية" على حد تعبير جماعة بورباكي Nicolas Bourbaki (وهو اسم خيالي أطلقته جماعة على نفسها). هو انتقال مبني على فروض أكسيوماتيكية، فالانتقال تم من العالم المطلق إلى العالم النسبي، من عالم واحد تسيطر عليه الحتمية إلى عوالم ممكنة تتسم بالاحتمالية، من عالم توجد فيه الحقيقة المطلقة داخل مجال اليقين المطلق إلى مجال تسيطر فيه الموضوعية المطلقة داخل مجال الشك المطلق، وبالتالي فلم نعد نتحدث عن حقيقة رياضية موضوعية مطلقة، و إنما أصبحنا نتحدث حسب بوانكاريه عن الحقيقة الملائمة فقط[5].

و في هذا الطرح يقول بوانكاريه Jules Henri Poincaré (1854-1912) :"إن البحث عن أي الهندسات صحيحة سؤال لا معنى له[6]".

حدث في تاريخ الرياضيات ما يعرف "بأزمة الأسس"، خصوصا للجدال الكبير الذي أثاره العالم الرياضي جورج كانتور Georg Ferdinand Ludwig Philip Cantor (1845-1918) و راسل حول مجموعة من القضايا التي كانت تعبر من البديهيات العقلية والتي أصبحت مجالا للشك حول صدقها ويقينها. فالمنطق المعاصر اتخذ له مسارا موازيا للرياضيات إن لم نقل مسارا منطبقا لها، لنقل مع راسل إننا لم نعد نعرف أين تبدأ الرياضيات وأين ينتهي المنطق، الرياضيات الإقليدية طبعا هي التي كانت مستهدفة بحكم أنها هي الوحيدة التي كانت موجودة في الساحة العلمية، ووجودها كان متصفا بالإطلاقية لكن التغييرات الواقعية التي كانت تحدث والملاحظات العلمية، ستجعل العلماء والفلاسفة على السواء يعيدون مراجعة صدق نتائج الأسلاف.

إن أزمت الأسس التي أحدثت في الجبر عن طريق المناطقة ستدعم بأزمة أسس أخرى على المستوى الهندسي، ولهذا فإن الرياضيات ستتعرض لنقد وفحص داخلي، و في هذا الصدد يقول الجابري "إنها حركة نقد داخلي أدت إلى إعادة صياغة المنهج الرياضي صياغة منطقية واعية من جهة، و إلى طرح مشكلة الأسس، بعد قيام نظريات المجموعات، طرحا حادا من جهة أخرى، فقامت زوبعة من المناقشات الصاخبة في أوساط الرياضيين، خاصة في

---

4 أندري كوزان، فرانسوا غيري وآخرون، مداخل الفلسفة المعاصرة، تر: خليل أحمد خليل، دار الطليعة، لبنان، 1988، ص 70.

5 Nicola Bourbaki, Éléments d'histoire des mathématique, Paris, Hermane, 1960, pp 29-32.
6 Henri Poincaré, La science et l'hypothèse, Paris, Flammarion, 1968, pp 74-76.

أوائل هذا القرن (القرن العشرين)، الشيء الذي يعرف في الأدبيات الرياضية ب"أزمة الأسس" وحركة النقد هذه، هي حركة نقد العلم لنفسه، هي مساءلة العلم للعلم نفسه[7].

من هنا يمكن الحديث عن أهم النزعات الفلسفية التي تدخل ضمن النقاش الإبستيمولوجي حول مشكلة أصل المبادئ الرياضية ونذكر منها:

1- الواقعية الرياضية: تعتبر المبادئ الرياضية كائنات مستقلة الوجود عن العقل الإنساني، لذلك فإن من مهام الإنسان هو الكشف عنها وليس اختراعها. يمثل هذا الاتجاه المدرسة الأفلاطونية قديما، وحديثا يمثله بعض الفلاسفة يمكن أن نذكر منهم: روجر بنروز Roger Penrose(1931-)، كورت غودل Kurt Gödel (1906-1978).

2- الصورنية أو الشكلية Formalisme يمثلها كل من الرياضي الألماني دافيد هلبير David Hilbert (1862-1943) وهنري بواكري. تقوم هذه المدرسة على الاعتقاد بأن ممكن التفكير بالعبارات الرياضية على أنها نتائج لقواعد معالجة المقولات الأولية. فمثلا الهندسة الإقليدية تستند إلى مقولات تسمى البديهيات Axiomes صحيحة، أولية. لكن هذه المدرسة تعتقد أن الرياضيات هي بمثابة بناء خالص للفكر، ودورها هو استنتاج النظريات الرياضية ابتداء من البديهيات صحيحة كانت أم خاطئة، ومعيار الصدق فيها منطقي، أي عدم التناقض.

3- المنطقية Le logicisme نظرية قائمة على الاعتقاد بأن الرياضيات هي امتداد للمنطق، فالقوانين المنطقية هي قوانين الصحة. يمثل هذا الاتجاه: برتراند رسل، البريطاني واتهايد Alfred North whitehead (1861-1947)، الألماني غوتلوب فريجة Gottlob Frege (1848-1925). يتفقون على أن المنطق هو أساس الرياضيات.

4- البنائية الرياضية والحدسية Le constructivisme mathématique يعتقد هذا الاتجاه أنه من الضروري الكشف أو بناء موضوع أو معنى رياضي حتى نثبت وجوده. من الممثلين لهذا الاتجاه الإرلندي جان براور Jan Brower (1881-1966)، الأسس الحدسية للرياضيات.

ب) مشكلة المنطق الصوري:

يعتبر المنطق من العلوم الصورية، وهو يتعلق بما جاء به أرسطو Aristote وقد عرف عند بالعلم التحليلي أو الأنالوتيكا، ويعرفه على أنه "آلة العلم وموضوعه هو العلم نفسه"، وقد وضع قواعده وقوانينه في كتاب سماه الأرغنون Organon[8]. وقد ظل المنطق هو الأداة الوحيدة في إنتاج المعرفة طيلة ألفي سنة، حتى عصر النهضة.

---

7 محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، ط5، 2002.

8 Leon Brunschvicg, Les étapes de la philosophie mathématique, Paris, Librairie Felix Algan, 1912, pp 72-77 .

تعرض النطق الصوري غلى عدة انتقادات كانت بداية للأزمة التي تعرض لها من هذه الانتقادات:

– كونه صوري ومعيار الصدق فيه هو تطابق العقل مع نفسه لا غير، وهذا يبعده عن الواقع.

– كونه عقيم غير منتج، لأن النتيجة كامنة في المقدمات، فقولي أم كل إنسان فان، وأن عمر إنسان، إذن فهو فان، هذه النتيجة ليس جديدة، لأن المقدمة تتضمنها، ذلك لأن قولي كل إنسان فان أقصد بما في ذلك عمر[9].

أي حتى المنهج البديل وهو المنهج الاستقرائي على يد فرانسيس بيكون، في الكتاب الذي وضعه وكان يمثل نقدا للأرغنون.

وقد أطلق عليه اسم الأرغنون الجديد Nouvel organon سنة 1620 ، والذي يرى فيه أن العقل النظري وحده ليس كفيلا للوصول إلى الحقيقة و العلم. ورأى أن الداء كله يكمن في الطرق التقليدية للاستنتاج، التي لا يمكن أن تأتي بالجديد، وهنا يشير إلى المنطق الصوري.

أراد بيكون استبدال منهج البرهان القياسي بمنهج الكشف الاستقرائي، ويرى بيكون أنه إذا أردنا الوصول إلى الهدف المنشود فلا بد من مراعاة شرطين أساسيين وهما:

– **شرط ذاتي** يتمثل في تطهير العقل من كل الأحكام السابقة والأوهام والأخطاء التي انحدرت إليه من الأجيال.

– **شرط موضوعي** ويتمثل في رد العلوم إلى الخبرة والتجربة.

يعتقد بيكون، أن على العالم احترام الواقع الحسي، إلى جانب الذهن في تخطيطه لاكتشاف أسرار الطبيعة، وهذه أسس النظرية المنطقية الجديدة، في دعوة منه إلى إصلاح المنطق الصوري، يقول في هذا الصدد.

« Les empiriques, semblables aux fourmis, ne savent qu'amasser et user ; les rationalistes, semblables aux araignées, font des toiles qu'ils tirent d'eux-mêmes ; le procédé de l'abeille tient le milieu entre ces deux : elle recueille ses matériaux sur les fleurs des jardins et des champs ; mais elle les transforme et les distille par une vertu qui lui est propre : c'est l'image du véritable travail de la philosophie, qui ne se fie pas aux seules forces de l'esprit humain et n'y prend même pas son principal appui. [...] C'est pourquoi il y a tout à espérer d'une alliance intime et sacrée de ces deux facultés expérimentale et rationnelle ; alliance qui ne s'est pas encore rencontrée »[10].

9 Leon Brunschvicg, Les étapes de la philosophie mathématique . pp78-83.

10 Francis Bacon, Novum Organum, Nouvelle traduction de Lorquet, Hachette, 1857, p.51

مراجع المحاضرة:

1 غاستون باشلار، الفكر العلمي الجديد، تر: عادل العوا، ط2، المؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت، لبنان، 1983،

2 Leon Brunschvicg, Les étapes de la philosophie mathématique, Paris, Librairie Felix Algan, 1912, pp 84-93 .

3 R.Descartes, Règles pour la direction de l'esprit4, Paris, Galimard, 1953, pp 48-51.

4 أندري كوزان، فرانسوا غيري وآخرون، مداخل الفلسفة المعاصرة، تر: خليل أحمد خليل، دار الطليعة، لبنان، 1988، ص 70.

5 Nicola Bourbaki, Éléments d'histoire des mathématique, Paris, Hermane, 1960, pp 29-32.

6 Henri Poincaré, La science et l'hypothèse, Paris, Flammarion, 1968, pp 74-76.

7 محمد عابد الجابري، مدخل إلى فلسفة العلوم، العقلانية المعاصرة وتطور الفكر العلمي، مركز دراسات الوحدة العربية، لبنان، ط5، 2002.

8 Leon Brunschvicg, Les étapes de la philosophie mathématique, Paris, Librairie Felix Algan, 1912, pp 72-77 .

9 Leon Brunschvicg, Les étapes de la philosophie mathématique . pp78-83.

10 Francis Bacon,Novum Organum, Nouvelle traduction de Lorquet, Hachette, 1857, p.51