المحور الثاني: الارتباط

المحاضرة السابعة: ثانيا: معامل الارتباط سبيرمان للرتب "Spearman"

1- معامل الارتباط سبيرمان للرتب: إن معامل الارتباط لبرسون يستخدم في حالة البيانات الكمية وفي حالة وجود علاقة خطية بين المتغيرين، ولكن العلاقة بين المتغيرات في العلوم السلوكية ليست دائما خطية، فإذا ما أردنا التمييز بين ثلاث مستويات من الدافعية للتعلم لدى تلاميذ التعليم الابتدائي، فإنه يصعب علينا إعطاء بيانات رقمية لهذه المستويات، بل ينبغي عليه ترتيبها حسب شدتها (دافعية مرتفعة، متوسطة، منخفضة)، وفي هذه الحالة سيعتمد على رتب المتغيرات وليس على قيمها الكمية، ومن أهم هذه الأساليب: معامل الارتباط لشارل إدوارد سبيرمان، والذي يستخدم عندما تكون العلاقة بين المتغيرين غير خطية، ويعتبر معامل ارتباط سبرمان من الاختبارات الإحصائية اللابارمترية وتطبق في الحالتين التاليتين:

-عندما يكون حجم العينة صغيرا من 10-30 فردا

-عندما يمكننا تحويل البيانات الكمية إلى بيانات رتبية أو عندما تكون البيانات في أصلها رتبية.

2- طريقة حساب معامل الارتباط لسبيرمان: تطبيق معامل سبيرمان للرتب نتبع الخطوات التالية:

1- ترتيب القيم تصاعديا او تنازليا(قيم المتغيرين x و y) .

2-حساب رتب x ورتب y، وفي حالة وجود قيم مكررة، نعطي كل قيمة رتبة مختلفة كما لو كانت القيم غير متساوية ثم نحسب متوسط هذه الرتب، ويعطى هذا المتوسط لكل من هذه القيم، مثلا قيمتين متساويتين هم9 ورتبتهما هي 4 معا، هنا نحسب متوسط الرتبتين 4 و5 لنحصل على متوسط هاتين الرتبتين وهي 4.5، وبذلك تأخذ القيمة 9 الأولى الرتبة 4.5، كما تأخذ القيمة 9 الثانية الرتبة نفسها، والأمر نفسه إذا تكررت لأكثر من مرة، أ ربع مرات نقسم الرتب على 4، مع العلم أن تطبيق معامل سبيرمان يستوجب أن لا يكون عدد الرتب المكررة كبيرا.

3-حساب الفرق بين الرتب المتناظرة: رتبy –رتب x= d

4- حساب معامل الارتباط سبيرمان وفق الصيغة التالية: $r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$

حيث أن: r_s : تشير إلى إلى معامل ارتباط سبيرمان

d^2 : مربع الفرق بين الرتب.

n: عدد أفراد العينة.

5- حساب الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط سبيرمان بالطريقة نفسها لمعامل ارتباط بيرسون وفق المعادلة التالية:

$$t = r_s\sqrt{\frac{n-2}{1-{r_s}^2}}$$

المثال الأول: في حالة متغيرين كميين:

أحسب معامل ارتباط سبيرمان للمتغيرين x و y حيث:

العينة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	65	59	62	64	66	74	74	71	76	47
y	34	31	36	36	32	32	18	21	14	48

الحل:

الأفراد	x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
1	65	34	6	4	2	4
2	59	31	9	7	2	4
3	62	36	8	2.5	5.5	30.25
4	64	36	7	2.5	4.5	20.25
5	66	32	5	5.5	-0.5	0.25
6	74	32	2.5	5.5	-3	9
7	74	18	2.5	9	-6.5	42.25
8	71	21	4	8	-4	16
9	76	14	1	10	-9	81
10	47	48	10	1	9	81
المجمـــــــــــــــــــــوع					0	288

بتطبيق القانون الخاص بمعامل ارتباط سبيرمان:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 288}{10\left(10^2-1\right)} = -0.74$$

ومنه نستنتج أن هناك ارتباط عكسي قوي بين المتغيرين.

المثال الثاني: في حالة كون أحد المتغيران أو كلاهما متغيرا ترتيبيا:

لدينا البيانات التالية:

العينة	1	2	3	4	5	6	7
x	ممتاز	جيد جدا	ممتاز	جيد	ضعيف	ممتاز	متوسط
y	80	83	83	87	90	75	77

نقوم بترتيب قيم المتغيرين ثم ننشأ الجدول التالي:

n	x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
1	ممتاز	80	2	5	3-	9
2	جيد جدا	83	4	3.5	0.5	0.25
3	ممتاز	83	2	3.5	1.5	2.25
4	جيد	87	5	2	3	9
5	ضعيف	90	7	1	6	36
6	ممتاز	75	2	7	5-	25
7	متوسط	77	6	6	0	0
المجمـــــــــــــــــــــوع					0	81.5

بتطبيق القانون الخاص بمعامل ارتباط سبيرمان نجد:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 81.5}{7\left(7^2-1\right)} = 1 - \frac{489}{336} = -0.45$$

نستنتج أن هناك ارتباط عكسي منخفض بين المتغيرين.

المثال الثالث: الدلالة الإحصائية لمعامل ارتباط سبيرمان:

إذا علمت أن قيمة معامل الارتباط بين متغيرين ترتيبين يساوي -0.76

اختبر دلالة معامل الارتباط عند مستوى 0.01 لاختبار الطرف الواحد، حيث n =10.

الحل:

نضع الفرض الصفري والبديل كمايلي:

$$\begin{cases} H_0 : \rho_s = 0 \\ H_1 : \rho_s < 0 \end{cases}$$

$$t = r_s\sqrt{\frac{n-2}{1-{r_s}^2}} = -0.76\sqrt{\frac{10-2}{1-(-0.76)^2}} = -3.32$$

بالرجوع الى جدول القيم الحرجة لتوزيع t، نلاحظ بأن قيمة t_t عند درجات حرية عند درجات حرية (n-2)، ومستوى الدلالة 0.01،لاختبار الطرف الواحد تساوي -2.89 ، وهي أكبر من قيمة t_c =-3.32، وبالتالي نرفض الفرض الصفري، أي أن الارتباط بين المتغيرين دال إحصائيا.