المحاضرة الرابعة: معاملات الارتباط

تبعا للمحاضرة السابقة الخاصة بالفرضيات، تبين لنا أن الكثير من أنواع الفروض تحتوي على متغيرين في كونها تبنى تارة على علاقة ارتباطية بين المتغيرين وتارة على الفروق بين المتغيرين ... ففي حالات الارتباط يجب أن نعلم أننا نتعامل مع متغير مستقل واحد أو أكثر، على أن يكون لدينا متغير تابع واحد فقط وإن تعددت المتغيرات المستقلة.

1-المفاهيم المرتبطة بمعامل الارتباط:

أ- الارتباط: حتى نبسط فهم الارتباط نصوغ المثال التالي:

لدينا درجات خمس طلاب لامتحانين (الرياضيات) و (اللغة)، حيث نرمز لامتحان الرياضيات ب المتغير(س) ولامتحان اللغة بالمتغير(ص). وكانت العلامات كالتالي:

درجات الرياضيات(س) 6 (1-) 7 (4+) 3 (1-) 4 (3+) 1

درجات اللغة (ص) 7 (1-) 8 (4+) 4 (1-) 5 (3+) 2

نلاحظ زيادة تقابلها زيادة، ونقصان يقابله نقصان، كما نلاحظ في المثال وجود علاقة من نوع ما بين درجات التلاميذ في المادة (س) الخاصة بالرياضيات، والمادة(ص) الخاصة باللغة، هذه العلاقة تسمى ب:

"**الارتباط**".

الارتباط يعني وجود علاقة من نوع ما بين متغيرين، بحيث تتأثر درجات كلا المتغيرين بالآخر زيادة ونقصانا، هذه العلاقة قد تكون طردية .....ارتباط موجب.....نفس الاتجاه.

وقد تكون عكسية.....ارتباط سالب .....اتجاه معاكس.

أ-العلاقة الطردية: تعني أنه كلما زادت قيمة أحد المتغيرين زادت قيمة المتغير الآخر تبعا له، والعكس صحيح، أي أنه كلما نقص قيمة أحد المتغيرين نقص الآخر.

ب-العلاقة العكسية: تعني أنه كلما زادت قيمة أحد المتغيرين قلت (نقصت) قيمة المتغير الآخر تبعا له والعكس صحيح، أي أنه كلما نقص أحد المتغيرين أو قيمته زاد الآخر أو قيمة الآخر .

وسواء كانت العلاقة بين المتغيرين طردية أو عكسية فدرجة هذه العلاقة تسمى" **معامل ارتباط**"

ب–معامل الارتباط: قد كان لابتكار معامل الارتباط أهمية كبيرة في مجال العلوم البيولوجية والسلوكية، فمن خلاله أُكتشِفت علاقات عديدة بين ظواهر متباينة، كما تأكدت علاقات أخرى لا حصر لها لم تكن واضحة أو مقدرة بشكل دقيق.

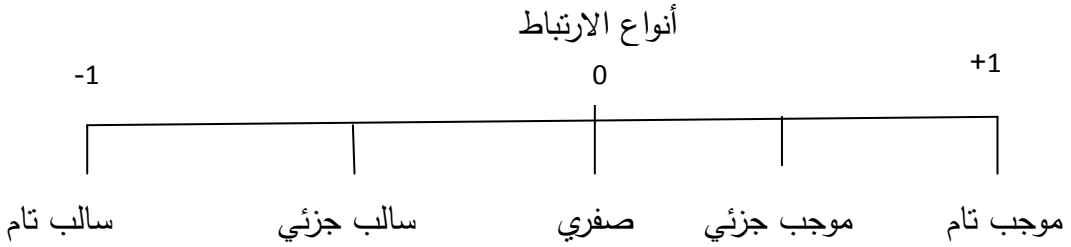
فمعامل الارتباط هو مقدار أو قيمة أو درجة معبرة عن علاقة بين متغيرين.

فمعامل الارتباط يعبر عن قيمة، ويعبر عن نوع الارتباط ، ويعبر عن تفسير.

والارتباط الصفري هو نوع من أنواع الارتباط، وهي العلاقة الصفرية.

والسؤال: هل قيمة الارتباط الناتجة عن العلاقة دالة أم لا؟ فأي قيمة ليس لها تأثير ما لم تكن دالة، فالقيمة يجب أن تكون دالة بمعنى لها تأثير فعلي وليس ظاهري على نتائج العلاقة أو نوع الارتباط.

1 -أنواع الارتباط:



شكل رقم(01) يبين أنواع الارتباط.

2-1- الارتباط الموجب التام : يسمى علاقة طردية(موجبة) تامة، بحيث أن الزيادة في أحد المتغيرين يقابلها زيادة في المتغير الآخر بنفس الدرجة أو النسبة أو القيمة تماما، والنقص في أحد المتغيرين يقابله نقص في المتغير الآخر بنفس الدرجة أو النسبة أو القيمة (بصورة منتظمة)

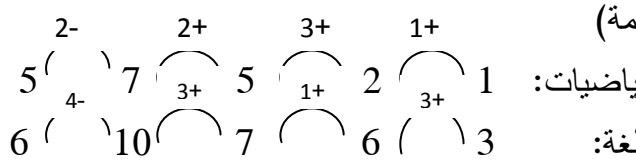
مثال ذلك: درجات الرياضيات : 6 (1-) 7 (4+) 3 (1-) 4 (3+) 1

درجات اللغة : 7 (1-) 8 (4+) 4 (1-) 5 (3+) 2

فعند حسابنا لقيمة معامل الارتباط نجده يساوي =+1، وهذا يعني أنه ارتباط طردي موجب تماما، وتفسيره أنه كلما زادت درجات المتغير الأول(الرياضيات) زادت درجات المتغير الثاني(اللغة) بنفس القيمة تماما بصورة منتظمة، وكلما نقصت درجات متغير الرياضيات، نقصت درجات متغير اللغة بنفس القيمة تماما بصورة منتظمة.

2-2-الارتباط الموجب الجزئي : يسمى علاقة طردية (موجبة) غير تامة، بحيث أن الزيادة في أحد المتغيرين يقابلها زيادة في المتغير الآخر، لكن ليس بنفس الدرجة أو النسبة أو القيمة (بصورة غير

منتظمة). والنقص في أحد المتغيرين يقابله نقص في المتغير الآخر، لكن ليس بنفس النسبة أو الدرجة أو القيمة (بصورة غير منتظمة)

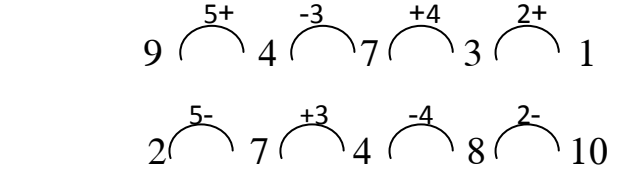


فعند حساب قيمة معامل الارتباط بين المتغير (س) و(ص) الخاص بالرياضيات واللغة، نجده قيمة تتراوح بين 0 و+1 لكن لا تصل +1 لأنه إذا كانت +1 تماما فمعنى ذلك أن العلاقة طردية تامة أو كاملة ، فقد نجد +0.7 أو +0.3.....وهذا يعني أن العلاقة طردية جزئيا وبصورة غير تامة، بحيث أن الزيادة في متغير الرياضيات يصاحبها زيادة في متغير اللغة لكن ليس بنفس القيمة، أي بصورة غير منتظمة والعكس صحيح.

فعندما يصوغ الباحث فرضية طردية غير موجهة: كلما زادت درجات الرياضيات زادت درجات اللغة، فعند قياس النتائج بمعامل الارتباط ونجد النتيجة 0.7+ مثلا فنقول أن الفرضية محققة. أما إذا وجدنا قيمة معامل الارتباط 0.7– مثلا، فنقول أن الفرضية غير محققة، كونها عكسية وليست طردية– النتيجة–.

أما إذا كانت فرضية الباحث طردية موجهة: كلما زادت درجات الرياضيات زادت درجات اللغة بنفس القيمة، فهنا تحقق الفرضية يكون فقط إذا كان قيمة معامل الارتباط +1. وإلا فإنها محققة بشكل جزئي أو غير محققة.

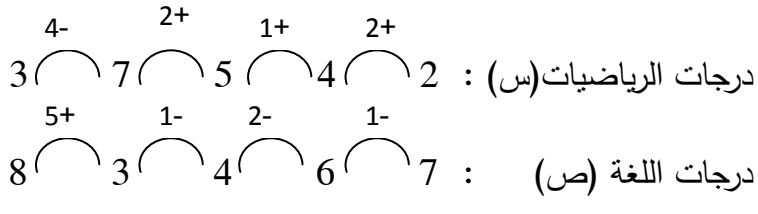
2–3– الارتباط السالب التام: يسمى علاقة عكسية (سالبة) تامة، وهو يعني أن الزيادة في أحد المتغيرين يقابلها نقص في المتغير الآخر بنفس الدرجة أو النسبة أو القيمة تماما (بصورة منتظمة) والنقص في أحد المتغيرين يقابله زيادة في المتغير الآخر بنفس الدرجة أو النسبة أو القيمة (بصورة منتظمة).

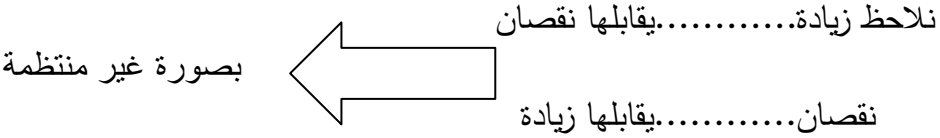


فمن خلال ما نلاحظه أن الفروق بين قيم المتغير الأول والثاني هو أن كل زيادة .....يقابلها نقصان

كل نقصان..... يقابله زيادة بنفس القيمة.

2-4- الارتباط السالب الجزئي: يسمى علاقة عكسية (سالبة) غير تامة، وهو يعني أن الزيادة في أحد المتغيرين يقابلها نقص في المتغير الآخر، لكن ليس بنفس الدرجة أو النسبة أو القيمة (بصورة غير منتظمة) والنقص في أحد المتغيرين يقابله زيادة في الآخر، لكن ليس بنفس الدرجة أو النسبة أو القيمة (بصورة غير منتظمة) .





2-5- الارتباط الصفري: يعني انعدام العلاقة بين المتغيرين، أي أنه لا توجد أي علاقة من أي نوع من الأنواع السابقة المذكورة، لكن مقابل ذلك توجد قيمة عددية لمعامل الارتباط وهي: 0، وتقرأ أن العلاقة صفرية، بمعنى أنه لا توجد علاقة بين المتغيرين المراد البحث في إمكانية وجود علاقة بينهما، فإذا كانت الفرضية التي صاغها الباحث هي فرضية صفرية مثل: لا توجد علاقة بين متغير علامات الرياضيات ومتغير علامات اللغة وكانت نتيجة أو قيمة معامل الارتباط هي:0 فمعنى ذلك أن الفرضية محققة.

3- معامل الارتباط:

إذا كان الارتباط علاقة بين متغيرين، فمعامل الارتباط هو مقدار أو قيمة أو درجة العلاقة بين المتغيرين. يتم حساب مقدار العلاقة بين المتغيرين باستخدام معامل الارتباط، وتوجد أكثر من طريقة لحساب معامل الارتباط منها:

*معامل الارتباط التتابعي (كارل بيرسون).

* معامل الارتباط الرتبي(سبيرمان)

وإن كان هناك طرق أخرى لحساب معامل الارتباط مثل (كندال، مان ويتني، كا^2.....)

يوجد عدد من الأساليب لحساب الارتباط بين المتغيرات، يقوم كل أسلوب من هذه الأساليب على خصائص المتغيرات التي نتعامل معها.

*فإذا كان المتغير يقبل القياس الكمي، وكانت درجاته في شكل قيم خام (بيانات كمية) متصلة وموزعة توزيعا اعتداليا، يمكننا استخدام معامل الارتباط التتابعي ل(كارل بيرسون)Product moment prodect

* وإذا كانت الدرجات في شكل ترتيب لقيم الأفراد على المتغيرين وبعيدة عن التوزيع الاعتدالي، نستطيع استخدام معامل ارتباط الرتبي ل(سبيرمان) أو معامل الارتباط " توب" ل(كيندال).

⟸ كيفية معرفة اعتدالية توزيع الدرجات ⟸ المنحنى الاعتدالي ⟸ معامل الالتواء والتفرطح

3-1- معامل الارتباط التتابعي:

يحسب معامل الارتباط التتابعي ل (كارل بيرسون) وفق المعادلة التالية:

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)(n\sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

$$ر = \frac{\text{ن مج س ص – مج س× مج ص}}{\sqrt{[\text{ن مج س}^2 - (\text{مج س})^2][\text{ن مج ص}^2 - (\text{مج ص})^2]}}$$

حيث:

ر: معامل الارتباط بين درجات المتغير الأول (س) والمتغير الثاني(ص)

ن: عدد الأفراد .

مج س: مجموع درجات المتغير (س)

مج ص: مجموع درجات المتغير(ص)

مج $س^2$:مجموع مربع درجات المتغير (س)

مج $ص^2$: مجموع مربع درجات المتغير (ص)

$(مج س)^2$: مربع مجموع درجات المتغير(س)

$(مج ص)^2$: مربع مجموع درجات المتغير (ص)

مثال تطبيقي:

طبق اختبار في المنهجية وآخر في الإحصاء على 05 طلبة، وكانت درجاتهم كالآتي:

المنهجية(س)	1	3	5	7	9
الإحصاء(ص)	10	8	6	4	2

-وضح هل يصلح استخدام معامل الارتباط التتابعي ل "بيرسون" لحساب معامل الارتباط بين درجات الطلبة في مادة المنهجية ودرجاتهم في مادة الإحصاء؟ ثم احسب معامل الارتباط بالطريقة المناسبة، وبين نوعه وفسره؟

س	ص	$س^2$	$ص^2$	س×ص
1	10	1	100	10
3	8	9	64	24
5	6	25	36	30
7	4	49	16	28
9	2	81	04	18
مج س=25	مج ص=30	مج $س^2$ =165	مج $ص^2$=220	مج س×ص=110

$$ر = \frac{30\times25-110\times5}{\sqrt{[5\times(165) - (25)^2][5\times(220) - (30)^2]}}$$

$$ر = \frac{750-550}{200\times200}$$

$$ر = -200/200$$

ر=−1 ارتباط سالب تام .

-شرط استخدام معادلة الارتباط التتابعي لكارل بيرسون

معادلة كارل بيرسون (الارتباط التتابعي) أدق في حساباتها من الطرق الأخرى ....فلماذا لا نقتصر على استخدامها ؟ الإجابة تكمن في أن لاستخدام طريقة الارتباط التتابعي شرط معين إذا توفر يصلح استخدام هذه المعادلة، وإذا لم يتوفر لا يمكن استخدام هذه الطريقة، والبديل يكون في استخدام معادلة أخرى مثل معادلة "سبيرمان"، وينص هذا الشرط على :

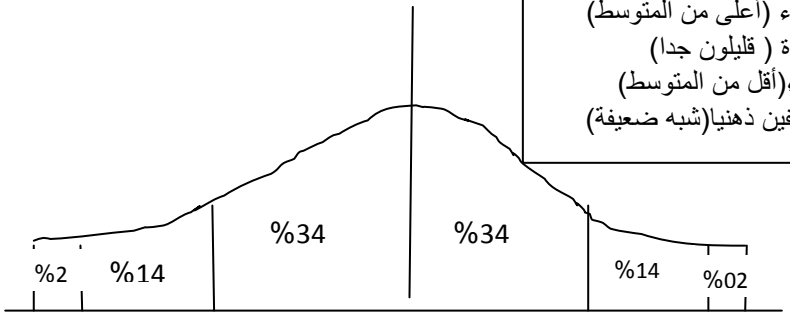
يجب أن تكون درجات كلا المتغيرين (س) و(ص) موزعة توزيعا اعتداليا.

فما معنى الاعتدالية . وكيف يمكن الكشف عن اعتدالية توزيع الدرجات؟

معنى الاعتدالية هي أن الدرجات أو البيانات لأفراد العينة تتوزع طبقا للمنحنى الاعتدالي.وهو منحنى ذو خواص معينة، نصفان ينطبق بعضهما على بعض ،أي تماثل بين النصفين ،لا يكون مدببا ولا مفرطحا.

فالذكاء مثلا:

نجد أن68% متوسطي الذكاء
14% أذكياء (أعلى من المتوسط)
02%عباقرة (قليلون جدا)
14%أغبياء(أقل من المتوسط)
02% متخلفين ذهنيا(شبه ضعيفة)



المنحنى الاعتدالي

فالنسب الخاصة بالذكاء موزعة توزيعا اعتداليا ، بحيث أن 34% من متوسطي الذكاء في الجهتين،لتشكل مجموع 68%، و14% من فئة الأذكياء التي تقع تصنف فوق المعدل ،تقابلها تماما فئة الأغبياء بنسبة 14% ،وتصنف تحت المتوسط ، لدينا أيضا فئة العباقرة بنسبة 02% تقابلها فئة المتخلفين ذهنيا بنفس النسبة لكن في طرفي نقيض، والمعنى أن المنحنى مقسوم إلى نصفين ، فكل فئة تقابلها فئة نقيضة بنفس التوزيع أي اعتداليا، هذا عن الذكاء ، فكذلك إذا أردنا دراسة أي متغيرين ، فيجب أن يكون كلا منهما له توزيع اعتدالي ،أو له منحنى اعتدالي ، كما رأينا في ظاهرة الذكاء.

ويتم التأكد من اعتدالية التوزيع باستخدام معامل الالتواء الذي يعتمد في حسابه على كل من المتوسط (م) والوسيط(ط) والانحراف المعياري (ع) ويتم حسابه من المعادلة التالية:

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{3(\text{المتوسط} + \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}} \quad \text{أي} \quad \frac{3(\text{م} - \text{ط})}{\text{ع}}$$

فإذا كانت قيمة معامل الالتواء =0 فالتوزيع اعتدالي تماما.

وإذا كانت قيمة معامل الالتواء نتحصر بين (−1) و(+1) فالتوزيع قريب من الاعتدالية، ومجازا نقول أن التوزيع اعتدالي. وفي كل الأحوال لا يمكن أن تتعدى النتيجة −3 أو +3.

ففي هذه الحالة يصلح استخدام معامل الارتباط التتابعي لكارل بيرسون .

3−2− معامل ارتباط " سبيرمان" للرتب

كثيرا ما يستخدم هذا المعامل في البيانات الوصفية التي يستحيل عندها استخدام طريقة "بيرسون" التي تعتمد على البيانات الرقمية مع شرط الاعتدالية كما رأينا.

ونجد معامل ارتباط "سبيرمان" من الطريقة التالية:

$$\text{ر} = 1 - \frac{6 \text{ مج ف}^2}{\text{ن}(\text{ن}^2 - 1)}$$

حيث : ف هي فرق رتب س و ص

ف= سَ−صَ

و سَ و صَ هي رتب س وص.

مثال:

كان تقدير النظافة والسلوك لخمسة طلاب على النحو التالي:

النظافة	السلوك
جيد جدا	ممتاز
ممتاز	جيد
ضعيف	جيد جدا
جيد	ضعيف جدا
متوسط	متوسط

المطلوب : إيجاد معامل الارتباط ل"سبيرمان" للرتب بين الظاهرتين.

الحل:

نرمز لمتغير النظافة ب(س) ولمتغير السلوك ب(ص)

نرتب البيانات من أعلى درجة إلى أدنى درجة ونعطيها رتبها (الترميز)

النظافة(س)	السلوك(ص)
ممتاز : 1	ممتاز: 1
جيد جدا : 2	جيد جدا: 2
جيد : 3	جيد: 3
متوسط : 4	متوسط: 4
ضعيف : 5	ضعيف: 5

بعد ذلك نضع رتبة كل قيمة كما هي في الجدول الخاص بالمعطيات (ترميز المعطيات)

النظافة	السلوك	رتب س	رتب ص	ف	$ف^2$
س	ص	سَ1	صَ1	سَ1− صَ1	
جيد جدا	ممتاز	2	1	1	1
ممتاز	جيد	1	3	2−	4
ضعيف	جيد جدا	5	2	3	9
جيد	ضعيف	3	5	2−	4
متوسط	متوسط	4	4	0	0
المجموع					18

نطبق على القانون:

$$ر = 1 - \frac{6 \text{ مج } ف^2}{ن (ن^2-1)} = 1 - \frac{18\times6}{5(25-1)} = \frac{108}{120} = 1-0.9= \boxed{0.1}$$

فقيمة معامل الارتباط هي:0.1 ،وهو ارتباط طردي جزئي ضعيف للغاية ، وتفسيره ، أنه كلما كان التقييم في متغير النظافة ايجابي كان التقييم في المتغير السلوك ايجابي جزئيا و بصورة غير منتظمة ،وكلما كان التقييم سلبي في متغير النظافة كان التقييم سلبي في متغير السلوك جزئيا وبصورة غير منتظمة.