اختبار تحليل التباين للقياسات المتكررة

اختبار تحليل التباين للقياسات المتكررة هو اختبار احصائي بارامتري يستخدمه الباحث عندما يجري قياسات متكررة على نفس أفراد العينة، بمعنى أن الباحث يقيس لدى كل مفحوص نفس السمة أو القدرة ثلاث مرات أو أكثر، ويسمى بتصميم المعالجات المرتبطة (غير المستقلة). في هذه الحالة تكون مصادر التباين ثلاثة بدلا من مصدرين في تحليل التباين للمجموعات المستقلة، هي:

1- مصدر التباين بين المعالجات (القياسات)

1- مصدر التباين بين الأفراد

2- مصدر تباين الخطأ

ويتم تقدير النسبة الفائية في اختبار تحليل التباين للقياسات المتكررة كما يلي:

$$\boldsymbol{F = \frac{MS\ bet}{MS\ error}}$$

$$\boldsymbol{SS\ total = \Sigma x_1{}^2 + \Sigma x_2{}^2 + \ldots \Sigma x_k{}^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}$$

أو

$$\boldsymbol{SS\ total = \Sigma X^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}$$

$$\boldsymbol{df\ total = N - 1}$$ (عدد القيم -1)

$$\boldsymbol{SS\ bet = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \cdots + \frac{(\sum x_K)^2}{n_K} - \frac{(\sum x)^2}{N}}$$

$$\boldsymbol{df\ bet = k - 1}$$ (عدد القياسات -1)

$$\boldsymbol{SS\ subject = \frac{(\sum x_1)^2}{k_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{k_2} + \cdots + \frac{(\sum x_K)^2}{K_K} - \frac{(\sum x)^2}{N}}$$

$$\boldsymbol{df\ subject = N - 1}$$ (عدد الأفراد -1)

$$\boldsymbol{SS\ error = SS\ total - [SS\ bet + SS\ subjects]}$$

$$\boldsymbol{df\ error = df\ total - [df\ bet + df\ subjects]}$$

مثال:

أراد باحث تطبيق اختبار لقياس الذاكرة على عينة من الأطفال ثلاث مرات في بداية العلاج، وفي منتصف العلاج، وفي نهاية مرحلة العلاج، وذلك لمعرفة مدى التحسّن في عملية التذكر.

- هل هناك فرق بين متوسطات القياسات الثلاثة؟

الأفراد	القياس الأول	القياس الثاني	القياس الثالث
1	2	3	3
2	1	1	1
3	1	2	3
4	1	2	3
5	2	2	3

طرح المشكل: هل يوجد فرق (اختلاف) في متوسط درجات التذكر بين القياسات الثلاثة؟

صياغة الفرضيات:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$
$$H_0 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

تطبيق اختبار تحليل التباين للقياسات المتكررة:

n	x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	Σx	$(\Sigma x)^2$
1	2	3	3	*4*	*9*	*9*	*8*	*64*
2	1	1	1	*1*	*1*	*1*	*3*	*9*
3	1	2	3	*1*	*4*	*9*	*6*	*36*
4	1	2	3	*1*	*4*	*9*	*6*	*36*
5	2	2	3	*4*	*4*	*9*	*7*	*49*

$$\boldsymbol{SS\ total = \Sigma x_1{}^2 + \Sigma x_2{}^2 + \ldots \Sigma x_k{}^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}}$$

$$\boldsymbol{= 11 + 22 + 37 - \frac{(30)^2}{15}}$$

= 70 – 60

= 10

$$\boldsymbol{df\ tot = n - 1 = 15 - 1 = 14}$$

$$\boldsymbol{SS\ bet = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \cdots + \frac{(\sum x_K)^2}{n_K} - \frac{(\sum x)^2}{N}}$$

$$= \frac{7^2}{5} + \frac{10^2}{5} + \frac{13^2}{5} - \frac{(30)^2}{15}$$
$$= (9.8 + 20 + 33.8) - 60$$
$$= 63.6 - 60$$

$= 3.6$

$$\boldsymbol{df\ bet\ =\ K\ -\ 1\ =\ 3\ -\ 1\ =\ 2}$$

$$\boldsymbol{SS\ subject} = \frac{(\sum \boldsymbol{x_1})^2}{\boldsymbol{k_1}} + \frac{(\sum \boldsymbol{x_2})^2}{\boldsymbol{k_2}} + \cdots + \frac{(\sum \boldsymbol{x_K})^2}{\boldsymbol{K_K}} - \frac{(\sum \boldsymbol{x})^2}{\boldsymbol{N}}$$

$$= \frac{8^2}{3} + \frac{3^2}{3} + \frac{6^2}{3} + \frac{6^2}{3} + \frac{7^2}{3} - \frac{(30)^2}{15}$$

$= 21.33 + 3 + 12 + 12 + 16.33 - 60$

$= 64.66 - 60$

$$\boldsymbol{SS\ subject} = 4.66$$

$$\boldsymbol{df\ subject = N - 1 = 5 - 1 = 4}$$

$$\boldsymbol{SS\ error = SS\ total - [SS\ bet + SS\ subjects]}$$

$\boldsymbol{= 10 - (3.66 + 4.66)}$

$\boldsymbol{= 1.74}$

$$\boldsymbol{df\ error = df\ total - [df\ bet\ +\ df\ subjects]}$$

$\boldsymbol{= 14 - (2 + 4) = 8}$

$$\boldsymbol{F = \frac{MS\ bet}{MS\ error} = \frac{1.8}{0.21} = 8.57}$$

مصدر التباين	SS	DF	MS	F
الطرق	3.6	2	1.8	8.57
الأفراد	4.66	4	1.16	
الخطأ	1.74	8	0.21	
الكلي	10	14		

بالرجوع إلى قيمة F المجدولة عند درجات حرية التباين بين الطرق (2) ودرجات حرية الخطأ (8) عند مستوى الدلالة 0.05 فإنها تساوي 4.64 والتي جاءت أقل من F المحسوبة، لذلك نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل. وبالتالي توجد فروق دالة إحصائيا بين متوسطات القياسات الثلاثة للتذكر.