اختبار "ت" t ستيودنت:

يعتبر اختبار **t** من أكثر اختبارات الدلالة الإحصائية شيوعا في الأبحاث التربوية والنفسية، قدمه الإحصائي الانجليزي وليام جوسيت Goset William تحت اسم مستعار Student، وهو اختبار إحصائي بارامتري يستخدم للكشف عن دلالة الفروق سواء بين عينتين مرتبطتين أو مستقلتين، وبين عينتين متساويتين أو غير متساويتين. ويشترط لاستخدامه مجموعة من الشروط التي تفرضها الاختبارات البارامترية:

- أن تختار العينة بطريقة عشوائية، وأن لا يقل عدد أفراد كل من العينتين عن 5 أفراد.
- أن يكون الفرق بين حجم عينتي البحث متقاربا.
- أن تكون البيانات كمية من مستوى قياس مسافات متساوية أو نسبي.
- أن تتوزع البيانات توزيعا اعتداليا.
- أن يكون هناك تجانس بين المجتمعين الذين أخذت منهما العينتين.

ويقصد بتجانس العينتين تشابه أو تقارب التباينات بين المجموعتين، ويتم التأكد من تجانس العينتين باستخدام اختبار التجانس F. فإذا استخدمنا نفس حجم العينة في المجموعتين ولاحظنا أن تباين المجموعة الأولى لا يختلف عن تباين المجموعة الثانية (يمكن أن نفترض أن العينتين مأخوذتين من مجتمعين متجانسين. أما إذا كان التباين في المجموعة الأولى يختلف أكثر من الضعف فإننا نتأكد من التجانس بواسطة اختبار الدلالة الإحصائية F لـ Hartley باستخدام الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{F} = \frac{\boldsymbol{S_1^2}}{\boldsymbol{S_2^2}} = \frac{\text{أكبر تباين}}{\text{أصغر تباين}}$$

- بعدها نقارن "F" المحسوبة مع "F" المجدولة عند مستوى دلالة معينة (والأكثر استخداما في البحوث التربوية والنفسية 0.05) ودرجات الحرية الأكبر $\mathrm{dl1} = \mathrm{n} - 1$، ودرجات الحرية الأقل $\mathrm{dl2} = \mathrm{n} - 1$. فإذا كانت "$F$" المحسوبة أكبر من "$F$" المجدولة دل ذلك على عدم تجانس العينتين أي رفض الفرض الصفري الذي يفترض وجود تجانس. والعكس إذا كانت"F" المحسوبة أقل من "F" المجدولة دل ذلك على تجانس العينتين بقبول الفرض الصفري.

- كما نتأكد من التجانس أيضا إذا كانت العينتين غير متساوية في الحجم ومهما كانت قيمة التباينات.

أولا: دلالة الفروق بين متوسطي مجموعتين مستقلتين

ونقول عن عينتين أنهما مستقلتين إذا كانت تتضمن كل عينة أفراد مختلفين (ذكور- إناث)، (طلبة علوم التربية- طلبة علم النفس) أو عند مقارنة الباحث بين مجموعة ضابطة ومجموعة تجريبية عند استخدام طريقة تدريس معينة مع أفراد المجموعة التجريبية دون المجموعة الضابطة، حيث يريد الباحث اختبار الفرض الصفري القائل بـ "عدم وجود فروق دالة إحصائيا بين متوسطي درجات المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية على درجات اختبار التحصيل". ولاختبار هذا الفرض نستخدم المعادلة الآتية:

1- في حالة التجانس:

$$\boldsymbol{t} = \frac{\boldsymbol{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}}{\boldsymbol{s_{\overline{x}_1} - \overline{x}_2}}$$

حيث يُعبَر عن $\boldsymbol{S_{\overline{x}_1} - \overline{x}_2}$ كما يلي:

$$s_{\bar{x}_1} - \bar{x}_2 = \sqrt{\left(\frac{\left[(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2\right]}{n_1 + n_2 - 2}\right)\left(\frac{n_1+n_2}{n_1 \times n_2}\right)}$$

$\bar{x}_1$: متوسط درجات المجموعة الأولى

$\bar{x}_2$: متوسط درجات المجموعة الثانية

s_1^2 : تباين درجات المجموعة الأولى

s_2^2 : تباين درجات المجموعة الثانية

n_1 : عدد أفراد المجموعة الأولى

n_1 : عدد أفراد المجموعة الثانية

أما درجات الحرية: $dl = n_1 + {}_2 - 2$

2- في حالة عدم التجانس: نستخدم المعادلة التالية:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

درجات الحرية تساوي:

$$dl = \frac{\left[\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)\right]^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2 - 1}\right]}$$

مثال1: طبقنا طريقة جديدة في التدريس (التعلم التعاوني) على تلاميذ المرحلة المتوسطة، ونريد معرفة ما إذا كان لها تأثير على تحصيل الطلاب في مادة الرياضيات، وتحصلنا على الدرجات التالية:

المجموعة الضابطة	7	8	5	6	6
المجموعة التجريبية	7	10	9	9	8

1- طرح المشكل: هل تؤثر طريقة التعلم التعاوني على التحصيل الدراسي في الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة المتوسطة؟

2- صياغة الفرضيات البديلة والصفرية:

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$
$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

3-تطبيق القانون الإحصائي:

- التأكد من تجانس المجموعتين:

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$
$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

N	x_1	x_2	x_1^2	x_2^2
1	7	7	49	49
2	10	8	100	64
3	9	5	81	25
4	9	6	81	36
5	8	6	64	36
	43	Σ 32	375	210

$$s_1^2 = \frac{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}{n\,(n-1)} = \frac{5 \times (375) - (43)^2}{5\,(5-1)} = \frac{1875 - 1849}{20} = 1.3$$

$$s_2^2 = \frac{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}{n\,(n-1)} = \frac{5 \times (210) - (32)^2}{5\,(5-1)} = \frac{1050 - 1024}{20} = 1.3$$

تباين المجموعة الضابطة وتباين المجموعة التجريبية متساويان فلا داعي لحساب التجانس، وبالتالي فان العينتين متجانستين. ومنه سوف نستخدم معادلة t في حالة التجانس التي تساوي:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{\bar{x}_1} - \bar{x}_2}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{43}{5} = 8.6$$

$$\bar{x}_2 = \frac{32}{5} = 6.4$$

$$s_{\bar{x}_1} - \bar{x}_2 = \sqrt{\left(\frac{[(5-1) \times 1.3 + (5-1) \times 1.3]}{5+5-2}\right)\left(\frac{5+5}{5 \times\ 5}\right)} = \sqrt{\left(\frac{[5.2 + 5.2]}{8}\right)\left(\frac{10}{25}\right)}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{[10.4]}{8}\right)(0.4)}$$

$$= \sqrt{1.3 \times (0.4)} = \sqrt{0.52} = 0.72$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{\bar{x}_1} - \bar{x}_2} = \frac{8.6 - 6.4}{0.72} = \frac{2.2}{0.72} = 3.05$$

القرار الإحصائي: t المحسوبة (3.05) أكبر من t المجدولة (2.30) عند مستوى الدلالة (0.05) ودرجات الحرية $dl = n_1 +\ n_2 - 2 = 5 + 5 - 2 = 8$ ومنه نرفض الفرض الصفري وتقبل الفرض البديل، ومنه توجد فروق دالة إحصائيا بين متوسطي المجموعتين. لذا فان استخدام طريقة التعلم التعاوني له تأثير على تحصيل طلاب لمرحلة المتوسطة في مادة الرياضيات.

مثال2: لدينا نتائج امتحان مادة الإحصاء الاستدلالي لدى عينتين من طلبة فرع علوم التربية وفرع علم النفس.

$$\begin{array}{cccccc} \mathrm{X}_1 & 11 & 10 & 10 & 9 & 10 \\ X_2 & 5 & 8 & 1 & 8 & 8 \end{array}$$

- اختبر صحة الفرض الصفري عند مستوى الدلالة 0.01.

طرح المشكل: هل توجد فروق بين متوسطي درجات طلبة علوم التربية وطلبة علم النفس

صياغة الفرضيات:

$$H_1\colon \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$
$$H_0\colon \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

التأكد من تجانس العينتين:

$$H_1\colon \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$H_0\colon \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

x_1	x_2	x_1^2	x_2^2
11	5	121	25
10	8	100	64
10	1	100	1
9	8	81	64
10	8	100	64
Σ 50	30	502	218

$$s_1^2 = \frac{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}{n\,(n-1)} = \frac{5 \times (502) - (50)^2}{5\,(5-1)} = \frac{2510 - 2500}{20} = 0.5$$
$$s_2^2 = \frac{n\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}{n\,(n-1)} = \frac{5 \times (218) - (30)^2}{5\,(5-1)} = \frac{1090 - 900}{20} = 9.5$$

تباين المجموعة الثانية أكبر من تباين المجموعة الأولى، ومنه يجب التأكد من التجانس:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{\text{أكبر تباين}}{\text{أصغر تباين}} = \frac{9.5}{0.5} = 19$$

درجات الحرية للتباين الأكبر $\mathrm{dl}_1 = \mathrm{n} - 1 = 5 - 1 = 4$

درجات الحرية للتباين الأصغر $\mathrm{dl}_2 = \mathrm{n} - 1 = 5 - 1 = 4$

بالرجوع إلى جدول القيم الحرجة لـ " F" نجد أن " F" المحسوبة (19) أكبر من قيمة " F" المجدولة (6.39) عند $\alpha = 0.05$ ودرجات الحرية $\mathrm{dl}_1 = 4$، و $\mathrm{dl}_2 = 4$. ومنه نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل، ومنه توجد فروق بين تباين العينتين، فالعينتين مأخوذتين من مجتمعين غير متجانسين.

تطبيق معادلة t في حالة عدم التجانس:

$$\bar{x}_1 = \frac{50}{5} = 10$$
$$\bar{x}_1 = \frac{30}{5} = 6$$
$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{10 - 6}{\sqrt{\frac{0.5}{5} + \frac{9.5}{5}}} = \frac{4}{\sqrt{0.1 + 1.9}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4}{1.414} = 2.82$$

تقدير درجات الحرية:

$$dl = \frac{\left[\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)+\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)\right]^2}{\left[\frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}\right]} = \frac{\left[\left(\frac{0.5}{5}\right)+\left(\frac{9.5}{5}\right)\right]^2}{\left[\frac{\left(\frac{0.5}{5}\right)^2}{5-1}+\frac{\left(\frac{9.5}{5}\right)^2}{5-1}\right]} = \frac{[0.1+1.9]^2}{\left[\frac{(0.1)^2}{4}+\frac{(1.9)^2}{4}\right]}$$

$$= \frac{4}{\left[\frac{0.01}{4}+\frac{3.61}{4}\right]} = \frac{4}{[0.0025+0.9025]} = \frac{4}{0.905} = 4.41$$

القرار الإحصائي: t المحسوبة (2.82) أقل من t المجدولة (4.60) عند مستوى الدلالة (0.01) و درجات الحرية $\mathrm{dl} = 4$، فإننا نقبل الفرض الصفري ونرفض الفرض البديل وبالتالي لا توجد فروق بين متوسطي طلبة علوم التربية وطلبة علم النفس في مادة الإحصاء الاستدلالي.

ثانيا: دلالة الفروق بين عينتين مرتبطتين

غالبا ما تحتم ظروف التصميم التجريبي الذي يعتمده الباحث استخدام مجموعة واحدة بقياس قبلي وقياس بعدي، كحالة دراسة تأثير استخدام مدخل تكنولوجيا التربية في تنمية كفاءات أساتذة التعليم الثانوي على التفاعل مع التلاميذ داخل القسم. في هذه الحالة يهدف الباحث إلى اختبار الفرض القائل بـ "عدم وجود فروق دالة إحصائيا بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي على شبكة ملاحظة كفاءات التفاعل الصفي".
لاختبار صحة هذا الفرض تستخدم المعادلة الآتية:

$$\boldsymbol{t = \frac{\bar{D}}{S\bar{D}}}$$

حيث: $\boldsymbol{\bar{D} = \frac{\Sigma D}{n}}$

$$\boldsymbol{S\bar{D} = \frac{SD}{\sqrt{n}}}$$

$$\boldsymbol{SD = \sqrt{\frac{n\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2}{n\,(n-1)}}}$$

درجات الحرية: $dl = n - 1$

مثال: للإجابة على الفرض الصفري أعلاه، تحصل باحث على النتائج التالية:

القياس القبلي:	25	30	29	20	35	24	40	29	30	31
القياس البعدي:	25	33	27	25	36	23	39	35	32	31

طرح المشكل: هل توجد فروق بين متوسطي القياس القبلي والقياس البعدي؟

الفرضيات:

$$H_1 : \mu_D \neq 0$$
$$H_0 : \mu_D = 0$$

تطبيق القانون الإحصائي:

O_1	O_2	D	D^2
25	25	0	0
30	33	3	9
29	27	-2	4
20	25	5	25
35	36	1	1
24	23	-1	1
40	39	-1	1
29	35	6	36
30	32	2	4
31	31	0	0
Σ		13	81

$$\overline{D} = \frac{\Sigma D}{n} = \frac{13}{10} = 1.3$$

$$SD = \sqrt{\frac{n\Sigma D^2 - (\Sigma D)^2}{n\,(n-1)}} = \sqrt{\frac{10 \times 81 - (13)^2}{10\,(10-1)}} = \sqrt{\frac{810-169}{90}} = \sqrt{\frac{641}{90}}$$

$$= \sqrt{7.12} = 2.66$$

$$S\overline{D} = \frac{SD}{\sqrt{n}} = \frac{2.66}{\sqrt{10}} = \frac{2.66}{3.16} = 0.84$$

$$t = \frac{\overline{D}}{S\overline{D}} = \frac{1.3}{0.84} = 1.58$$

القرار الإحصائي: t المحسوبة (1.58) أقل من t المجدولة (2.26) عند مستوى الدلالة (0.05) و درجات الحرية $\mathrm{dl} = n - 1 = 10 - 1$، لذلك نقبل الفرض الصفري ونرفض الفرض البديل ومنه لا توجد فروق بين متوسطي القياس القبلي والقياس البعدي. وبذلك لا يؤثر استخدام مدخل تكنولوجيا التربية في تنمية كفاءات أساتذة التعليم الثانوي على التفاعل مع التلاميذ داخل القسم.