أولاً: معامل الارتباط فاي

يستخدم لقياس العلاقة الارتباطية بين متغيرين نوعيين من مستوى قياس اسمي، ويشترط أن يكون المتغيرين كلاهما ذو تقسيمين حقيقيين، مثلا: علاقة متغير الجنس (ذكر، أنثى) بمتغير القرار النهائي للسنة الدراسية (ناجح، راسب). ويحتوي جدول حساب معامل فاي على أربع خانات فقط، ويحسب وفق الصيغة التالية:

$$\emptyset = \frac{\boldsymbol{bc - ad}}{\sqrt{(\boldsymbol{a+b})(\boldsymbol{c+d})(\boldsymbol{a+c})(\boldsymbol{b+d})}}$$

حيث تعبَر كل من الحروف على قيم خلايا الجدول الرباعي.

مثال: بغرض معرفة علاقة الجنس بالاتجاه (ايجابي-سلبي) نحو عمل المرأة تحصلنا على النتائج التالية:

الجنس **الاتجاه**	**ذكر**	**أنثى**
ايجابي	**b / 20**	**a / 10**
سلبي	**d / 45**	**c / 35**

- اختبر صحة الفرض الصفري علما أن قيمة الدلالة المجدولة عند مستوى الدلالة 0.05 ودرجات الحرية 1 (عدد الصفوف-1 × عدد الأعمدة -1) تساوي 3.84.

في كل مرة نتبع الخطوات المستخدمة مع المثال السابق الخاص بمعامل بيرسون البسيط (طرح المشكل، صياغة الفرضية الصفرية والبديلة، تطبيق القانون الإحصائي واتخاذ القرار).

$$\emptyset = \frac{bc - ad}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$
$$= \frac{20 \times 35 - 10 \times 45}{\sqrt{(10+20)(35+45)(10+35)(20+45)}}$$
$$= \frac{700 - 450}{\sqrt{(30)(80)(45)(65)}} = \frac{250}{\sqrt{7020000}} = \frac{250}{2649.52826} = 0.09$$

- هناك علاقة ارتباطية موجبة ضعيفة جدا بين الجنس والاتجاه نحو عمل المرأة.
- اختبار الدلالة الإحصائية لمعامل فاي يكون بواسطة استخدام قانون مربع كاي وفق الصيغة التالية:

$$X^2 = N.\emptyset^2$$

تكون قيمة كاي مربع تساوي: $X^2 = 110 \times (0.09)^2 = 0.89$

X^2 المحسوبة (0.89) أقل من X^2 المجدولة (3.84) عند مستوى الدلالة 0.05 ودرجات الحرية تساوي $dl = (L-1)(K-1)$، وبالتالي فإننا نقبل الفرض الصفري ونرفض الفرض البديل. ومنه لا توجد علاقة ارتباطية بين الجنس والاتجاه نحو عمل المرأة.

ملاحظة: يمكن تقدير قيمة معامل الارتباط فاي من قيمة X^2 إذا كانت قد حسبت من جدول (2×2)، وتتوفر فيه الشروط السابقة (متغير ثنائي تقسيم حقيقي) باستخدام الصيغة التالية:

$$\emptyset = \sqrt{\frac{X^2}{N}}$$

حيث أن X^2 : تعبر عن قيمة مربع كاي الذي سوف نتناوله فيما بعد في اختبارات دلالة الفروق.

N: عدد أفراد العينة.

ثانيا: معامل التوافق كرامر

يستخدم معامل الارتباط كرامر في حالة متغيرين نوعيين من مستوى قياس اسمي ذو تقسيمات غير حقيقية، ويعدَ معامل كرامر امتداد لمعامل فاي التقليدي، لذا يمكن استخدامه في حالة جداول التوافق الأعلى من (2×2). وتتراوح قيمته ما بين (0) و (1) بغض النظر عن حجم الجدول. يتم تقدير معامل الارتباط كرامر بطريقتين:

الطريقة الأولى باستخدام مربع كاي وفق الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{V_c} = \sqrt{\frac{\mathbf{X^2}}{\boldsymbol{N}\ (\boldsymbol{L}-\mathbf{1})}}$$

حيث N: حجم العينة.

L : عدد الصفوف أو الأعمدة الأصغر بينهما.

وتشير X^2 إلى مربع كاي: $X^2 = \frac{\sum(fo-fe)^2}{\text{fe}}$

حيث: f_o التكرارات المشاهدة.

fe : التكرارات المتوقعة.

مثال: أجرى باحث دراسة حول مدى تأثير مشاهدة برنامج داء سرطان الرئتين بالتدخين، فحصل على بيانات الجدول التالي:

التدخين مشاهدة البرنامج	يدخن	لا يدخن	$\sum$
دائما	**33.6** /36	**22.4** /20	56
أحيانا	**10.8** /10	**7.2** /08	18
أبدا	**15.6** /14	**10.4** /12	26
$\sum$	60	40	100

- اختبر صحة الفرض الصفري عند مستوى الدلالة 0.05.

حساب التكرارات المتوقعة لكل خانة من الجدول بواسطة القانون التالي:

$$\boldsymbol{fe} = \frac{\text{المجموع الأفقي} \times \text{المجموع العمودي}}{\text{المجموع الكلي}}$$

$$fe = \frac{60 \times 56}{100} = 33.6$$

$$fe = \frac{60 \times 26}{100} = 15.6$$

$$fe = \frac{40 \times 56}{100} = 22.4$$
$$fe = \frac{40 \times 18}{100} = 7.2$$
$$fe = \frac{40 \times 26}{100} = 10.4$$
$$\mathrm{X}^2 = \frac{\sum(fo - fe)^2}{\mathrm{fe}}$$
$$= \frac{(36-33.6)^2}{33.6} + \frac{(10-10.8)^2}{10.8} + \frac{(14-15.6)^2}{15.6} + \frac{(20-22.4)^2}{22.4} + \frac{(8-7.2)^2}{7.2} + \frac{(12-10.4)^2}{10.4}$$
$$= 0.17 + 0.06 + 0.16 + 0.25 + 0.08 + 0.15 = 0.87$$
بعد إيجاد قيمة X^2 التي تساوي (0.87)، وأن قيمة $\mathrm{L} = 2$ وعدد أفراد العينة $\mathrm{N} = 100$ يمكن تطبيق صيغة معامل كرامر:

$$V_c = \sqrt{\frac{\mathrm{X}^2}{N\,(L-1)}} = \sqrt{\frac{0.87}{100\,(2-1)}} = \sqrt{0.87} = 0.09$$

- معامل الارتباط بين مشاهدة برنامج داء سرطان الرئتين بالتدخين موجب ضعيف جدا.

الطريقة الثانية باستخدام الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{V_c} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{B-1}}{\boldsymbol{B}}}$$

حيث B تساوي إلى:

$$B = \sum \frac{\text{مربع الخلية}}{\text{مجموع صف الخلية} \times \text{مجموع عمود الخلية}}$$

أو يرمز لـ B بالصيغة التالية:

$$B = \frac{(f)_1^2}{f_1 \times f_2} + \frac{(f)_2^2}{f_2 \times f_3} + \cdots \frac{(f)_n^2}{f_n \times f_n}$$

مثال: باستخدام نفس جدول الطريقة الأولى نقوم بحساب معامل كرامر، كما يلي:

$$B = \sum \frac{\text{مربع الخلية}}{\text{مجموع صف الخلية} \times \text{مجموع الخليةعمود}}$$
$$= \frac{(36)^2}{60 \times 56} + \frac{(10)^2}{60 \times 18} + \frac{(14)^2}{60 \times 26} + \frac{(20)^2}{40 \times 56} + \frac{(8)^2}{40 \times 18} + \frac{(12)^2}{40 \times 26}$$
$$= \frac{1296}{3360} + \frac{100}{1080} + \frac{196}{1560} + \frac{400}{2240} + \frac{64}{720} + \frac{144}{1040}$$
$$= 1.00986976$$

- تطبيق صيغة معامل كرامر:

$$V_c = \sqrt{\frac{B-1}{B}} = \sqrt{\frac{1.00986976 - 1}{1.00986976}} = \sqrt{0.009773299} = 0.098$$

ملاحظة: جاء معامل التوافق كرامر وفق الطريقة الأولى باستخدام معامل كاي مساويا لمعامل كرامر باستخدام التكرارات المشاهدة مباشرة. ولكن ما يجب أثناء استخدام الطريقة الثانية الأخذ بعين الاعتبار عند تقدير قيمة B كل الأرقام العشرية لأنها سوف تؤثر بشكل ملحوظ في بعض الحالات على معامل كرامر.